

九年一貫課程小學幾何教材 內容與份量之分析

莊月嬌、張英傑*

摘 要

本研究旨在探討九年一貫數學領域課程暫行綱要實施後，各版本教科書中小學幾何教材內容與份量的差異。本研究將國小幾何教材分為「形體外觀之辨識與建製」、「形體組成要素之辨識、發現與應用」、「形體性質之探究並運用其性質解題」、「形體之切割、重組與變換」、「空間概念」等五大類目。主要研究結果如下：

一、各版本幾何教材的份量，不論以頁數、授課節數或是類目來計算，經百分比間同質性考驗來後，均顯示有差異，其中以「形體外觀之辨識與建製」類目的教材份量差異最顯著。若單以數量來看，授課節數之差異最大，乙版本的授課節數僅為甲版本的 60.53%。

二、各版本幾何教材內容均重視「形體性質之探究並運用其性質解題」與「形體組成要素之辨識、發現與應用」，分別佔幾何教材的 30.20%~38.14%與 24.58%~30.20%，合乎 van Hiele 的幾何思考模式與幾何教材的設計原則。

三、各版本均缺乏空間視覺化的教材，僅列有柱體與錐體的展開圖與視圖部分，佔幾何教材的 3.67%~9.69%。應加強空間視覺化之教材，以提升學童之空間能力。

關鍵詞：九年一貫暫行綱要教科書、幾何教材、內容分析法

* 莊月嬌：台北縣中和國民小學教師

張英傑：國立臺北教育大學數學教育研究所副教授

投稿收件日：94 年 09 月 30 日；修正日：94 年 12 月 26 日；接受日：95 年 01 月 03 日

九年一貫課程小學幾何教材 內容與份量之分析

莊月嬌、張英傑*

壹、研究動機與目的

生活中處處充滿了美麗的幾何，Clements and Battista (1992) 指出，幾何是提供我們如何去闡釋與反映外在物理環境的一種方法，並且可作為學習其他數學和科學題材的工具，加強幾何的空間思考，有助於高層次的數學創造思考，因此學習幾何是必須的。

【國民中小學九年一貫課程暫行綱要－數學學習領域】中，數學課程目標第一條為「掌握數、量、形的概念與關係」(教育部，2001)。九年一貫課程綱要中數學學習領域「幾何」為五大主題之一(教育部，2003)。

教科書是中小學學生學習的主要內容與教師教學的主要依據，高新建(1991)發現，國內90%以上的國小教師是按照課本來進行教學。不論中外，課程改革之後的主要成品仍是教科書，必須加以研究分析(黃政傑，1989)。

我國中小學之教科書，民國八十五年以前均由國立編譯館統籌編輯。民國八十五年開放民間參與學科教科書的編輯。九年一貫課程暫行綱要公佈以後，教育部暫停部編教科書，僅負責教科書審查之工作，完全開放民間編輯。一綱多本，是否造成學生轉學銜接上的困擾？九年一貫數學課程暫行綱要自實施以來，共經歷了六次的修訂研討，牽動教科書的一再修改，且須在四年內完成九個年級所有教科書之研發，在編輯、審查都急迫之下，各版本幾何教材之間有無差異呢？

九年一貫課程數學綱要公佈後，教育部為了避免各版本教材次序差異大造成的困擾，不但增列了分年細目(教育部，2003)，也恢復部編教科書，且九十三年度在部分國中、小的一年級實驗。這是否會重蹈八十二年課程各書商以國編版為

* 莊月嬌：台北縣中和國民小學教師

張英傑：國立臺北教育大學數學教育研究所副教授

藍本來編輯教科書的模式？教科書中幾何教材內容是否再趨於一致呢？這是值得研究的主題。

本文研究問題為九年一貫各版本小學數學教科書中幾何教材的內容與份量有何差異？至於各版本教科書幾何教材組織脈絡及對幾何能力指標詮釋之分析部分，將另文探討（莊月嬌，2005）。本研究對象為九十三學年度依據九年一貫課程數學領域暫行綱要編輯，各年級出版齊全之小學數學課本，即康軒版（2004）、南一版（2004）、牛頓版（2004）、翰林版（2004）之數學教科書一到十二冊。

貳、文獻探討

一、van Hiele 幾何思考模式

van Hiele的幾何思考模式提供了解幾何推理的發展架構（Clements & Battista, 1992; NCTM, 1989），共分五個層次。

（一）層次0：視覺期（Visuality）

此層次的兒童能透過圖形的整體外觀輪廓辨認，去學習辭彙及辨認或再造出一個與指定圖形的相同圖形。

（二）層次一：分析期（Analysis）

此層次的兒童考慮的是一整組的形狀，而不是只對單一圖形的認識。能分析圖形特徵及組成要素，但不能解釋性質之間的關係。

（三）層次二：非形式化演繹期（Informal deduction）

此層次的兒童能建立圖形特徵的內在關係，顯示出圖形幾何定義的意義。兒童能瞭解、掌握、運用構成圖形的要素及探求各種圖形特徵，以及各圖形間的包含關係。但不能了解證明定理的重要性，不能由不熟悉的前提去建立證明結果的成立。

（四）層次三：形式演繹期（Formal deduction）

此層次的兒童已有能力去檢驗圖形的性質，能了解在一個公設系統中去建立幾何理論的意義，也能對幾何的公理系統做推論。

（五）層次四：嚴密期（Rigor）

此層次的學習者是要理解公設系統間的關係，而不是只在一個系統中做推論。能進行各種不同公設系統間的比較分析，可以瞭解抽象推理幾何，甚至可自

創一種幾何公設系統。

綜合各學者的研究（Crowley, 1987；Orton & Pandiscio, 1998；Van de Walle, 2001/2005；van Hiele, P. M., 1986；吳德邦，2004；吳德邦、謝翠玲，1998；黃盈君，2000；劉好，1994、1995、2000；譚寧君，1995），van Hiele幾何思維理論的特點如下：

- （一）層次具有序列性（sequential）。
- （二）進展性（advancement）。
- （三）語言特性（linguistics）。
- （四）不配合性（mismatch）。

由劉好（1995、2000）和謝豐瑞（2001）的研究得知，van Hiele 的層次模式可以合理的解釋兒童幾何概念發展的層次，也可以評估學生的幾何能力與教材內容，是許多國家編輯課程的依據，九年一貫幾何教材內容安排也合乎van Hiele 的幾何思考發展層次。

二、兒童幾何教材設計之探討

幾何是一門研究點、線、面、體，及其在空間中運動的性質與關係之學科，幾何教材設計的原則如下（劉好，1995；左台益，2002；張英傑、陳創義，2003；Carroll, 1998；NCTM, 2000；Van de Walle, 2001/2005）：

- （一）須參照van Hiele幾何思考模式，教材須適合學生所處的幾何思考層次。
- （二）須參照van Hiele教學五階段論，給予學生適當的教學引導與指導。
- （三）須結合實物與生活經驗，讓學生在具體情境中以實際參與來學習幾何。
- （四）豐富學生幾何操弄，累積足夠的幾何經驗，藉問題解決的策略，來產生高層次的思考能力，引導學生提升到較複雜的幾何推理層次。

幾何教材編排順序須符合幾何本質之結構，也須考量兒童幾何概念之發展與情境設計，才能產生有意義的學習。

三、外國幾何教材的內容

英國數學課程標準中的「形體、空間與測量」範疇（Department for education, 1995）之內容目標為：1.理解並使用圖形的樣式與性質。2.理解並使用方位。

美國NCTM（2000）的數學課程標準中，將幾何區分成四大項目：

- （一）分析二維、三維幾何形體的特徵與性質及發展有關幾何關係的數學論證。

(二) 使用坐標幾何及其他表徵系統來確定位置與描述空間的關係。

(三) 應用變換以及使用對稱性來分析數學情境。

(四) 使用視覺化、空間推理以及幾何模式化來解題。

荷蘭的教育部提出的小學數學「關鍵目標 (Key Goals)」(Van den Heuvel-Panhuizen, 2000)，在幾何學方面為：

(一) 學生能利用幾何方法組織和描述空間的基本概念。

(二) 學生能利用建築物、平面圖、地圖、圖畫以及有關位置、方向、距離和刻度進行幾何推理。

(三) 學生能說明影子的像，能合成形體，也能設計和辨識規則物件的網路。

綜觀英、美、荷數學課程的發展，發現幾何教材的份量越來越增加。NCTM (2000) 建議的重點中幾何增加 40%。幾何的內容也由基本的形體辨識，慢慢提升至思考推理層面，也強調發展欣賞與設計幾何形體的能力及空間能力的發展。

四、我國小學幾何教材的內容

我國五十一年以前的小學算術課程標準偏重於「數」的領域，五十一年、五十七年的國民學校算術課程標準是「數」、「量」並重，但教材綱要中列有「形」的內容。六十四年修訂的國民小學課程標準是「數」、「量」、「形」並重（課程標準，1976）。八十二年國民小學課程標準中列有「圖形與空間」之項目（課程標準，1993）。九年一貫課程綱要數學學習領域中「幾何」為五大主題之一（教育部，2003）。

九年一貫課程，認為圖形與空間的了解可分為知覺性的了解、操弄性的了解、構圖性的了解、論述性的了解，應從學生生活經驗中所熟悉的形體著手，透過察覺、辨識、操作、實驗，發現形體的組成要素及其形體之間的關係，進而能確立空間的基本概念，掌握空間的基本性質，進行簡單推理，學習據理而推的科學方法，以養成日常生中推理有據的習慣（教育部，2001）。其課程目標為（張英傑、陳創義，2003）：

(一) 掌握基本形體之特徵。

(二) 培養欣賞與設計幾何形體的能力。

(三) 培養設定方位與描述空間關係的能力。

(四) 培養幾何形體關係之論證能力。

(五) 培養解決圖形與空間相關問題的能力。

九年一貫課程以能力指標數取代了課程標準，為教科書編輯與幾何學的主要依據。本研究旨在探討九年一貫小學數學教科書幾何教材內容與份量之差異，主

要在教科書的內容分析。因此綜合整理九年一貫課程暫行綱要圖形與空間之能力指標（共37條）及幾何課程文獻後，將小學幾何教材內容整理為：A.形體外觀之辨識與建製；B.形體組成要素之辨識、發現與應用；C. 形體性質之探究並運用其性質解題；D.形體之切割、重組與變換；E.空間概念等五大類目。為了解各教材更細緻的內容分配，因此參考林秀瑾與張英傑（2005）「台灣地區三十年來國編版小學幾何教材內容範圍分析研究」中，所發展的國小幾何教材主類目與次類目，以及小學幾何教材內容，發展出國小幾何教材分析次類目。研究者將類目E.「空間概念」細分為：「E1.用上下、左右、內外等方位語詞描述位置」；「E2.運用東、西、南、北等方位語詞描述方位」；「E3.用直角坐標系統描述方位與路徑」；「E4.平面與立體表徵之轉換」等四個次類目。

再參考鍾靜與張英傑（2002）於「國民中小學九年一貫課程補充說明」中之「圖形與空間脈絡圖」，將類目C「形體性質之探究並運用其性質解題」細分為：「C1.透過實測、實作察覺形體性質並運用其性質解題」；「C2.理解垂直、平行、對角線性質，並運用其解決問題」；「C3.察覺、理解相似、全等性質，並運用其解決問題」；「C4.形成並使用某類圖形的定義」；「C5.理解對稱關係，並運用其性質解決問題」等五個次類目。再將（A、B、D）類目，各自細分出下列之次類目：

A.「形體外觀之辨識與建製」類目有：「A1.辨識幾何形體」；「A2.建製幾何形體」二個次類目。

B.「形體組成要素之辨識、發現與應用」類目分為：「B1.辨認、理解形體的組成要素」；「B2.發現形體組成要素間的關係」；「B3.辨別形體間組成要素的關係及解決相關問題」三個次類目。

D.「形體之切割、重組與變換」類目分為：「D1.理解平面鋪設與立體堆疊」；「D2.圖形之切割、重組」；「D3.運用圖形之切割、重組解決問題」三個次類目。

研究者也參考吳德邦與謝翠玲（1998）的研究，以及Crowley（1987）的研究，將國小教材內容融入各次類目中之說明欄位，發展出完整之小學幾何教材內容分析類目表，詳如表1。藉此類目表來分析數學教科書，以了解九年一貫小學數學教科書幾何教材之內容。

表 1 小學幾何教材內容分析類目表

主類目	次類目	說明
A.形體外觀之辨識與建製	A1.辨識幾何形體	形體之辨認、分類、描述、命名。
	A2.建製幾何形體	形體之描繪、仿製、建造。
B.形體組成要素之辨識、發現與應用	B1.辨認、理解形體的組成要素	理解形體的組成要素，如頂點、線、面、角、邊等。 透過實作認識鉛垂線、水平線、水平面。
	B2.發現形體組成要素間的關係	確定、說出、描述形體要素間的關係。如觀察平行四邊形時，指出「這些對邊相互平行，那些也一樣」。
	B3.辨別形體間組成要素的關係及解決相關問題	依形體間組成要素間的關係，辨別、分類形體、比較其異同，或利用關係解決相關問題等。
C.形體性質之探究並運用其性質解題	C1.透過實測、實作，察覺形體性質並運用其性質解題	三角形內角和是 180° 、四邊形內角和為 360° 、張開角、旋轉角的大小。
	C2.理解垂直、平行、對角線性質，並運用其解決問題	理解形體或生活中直線、平面的垂直平行現象，及對角線性質，並運用其性質解題。如對角線可平分平行四邊形。
	C3.察覺、理解相似、全等性質，並運用其解決問題	察覺、理解形體的相似、全等性質，以相關幾何語言描述其關係，並運用其性質解決問題，如縮圖、比例尺等。
	C4.形成並使用某類圖形的定義。	描述某類、定義形體、各類圖形排序、比較兩個性質、發現新的性質、建立形體家譜以呈現一些性質間的內部連結。
	C5.理解對稱關係，並運用其性質解決問題	察覺形體或生活中的對稱現象，理解其相關性質，並運用其推測、辨認或解決有關問題。
D.形體之切割、重組與變換	D1.理解平面鋪設與立體堆疊	透過具體操作判斷形體可否做無空隙之平面鋪設或立體堆疊。
	D2.圖形之切割、重組	研究、發現、描述形體切割、組合與變換的結果。或將形體經由分解、合成轉換成另一形體。
	D3.運用圖形之切割、重組解決問題	推理、運用形體切割、組合與變換的結果，如推衍平行四邊形、梯形面積公式等。

E.空間概念	E1.運用上下、左右、內外等語詞描述位置	使用上下、左右、內外等方位語詞描述兩物體的相對位置。
	E2.運用東、西、南、北等語詞描述方位	使用東、西、南、北等方位語詞描述物體在空間中的位置、方向、距離。
	E3.用直角坐標系統描述方位與路徑	理解、運用坐標系統描述物體空間的位置關係，及移動路徑。
	E4.平面與立體表徵之轉換	辨識、轉換立體形體在平面上之表徵方式並理解其關係，如展開圖、視圖等。

參、研究設計與實施

一、研究方法與工具

本研究採用內容分析法，以內容分析類目中各類目出現的「量」來推導教科書內「質」的差異，加上質的分析，對教材內容進行研究，是一質量並重的研究，切合內容分析法的精神（楊孝濬，1979；歐用生，1991）。本研究之工具為研究者參酌文獻，發展出之「小學幾何教材內容分析類目表」，詳如表1。

二、資料處理

（一）分析內容計算方式

本研究是以「頁」為教科書分析的單位，即根據教科書中每「頁」之教材內容，判別所歸屬之分析類目；當同一「頁」中的內容涉及兩個或多個類目時，則各個類目各計數一次。

歐用生（1991）指出，內容分析法的分析單位，是內容量化時依循的標準，研究者可依其研究性質來決定分析單位。本研究若以單元、活動為分析單位時，每一單元、活動包含的概念很多，不宜作概念之分析。以句、詞為分析單位時，因數量過多，非一、二人所能成。以佈題、段為分析單位時，因其有長有短，有煩有簡，每個佈題、段所包含的內容性質不一，界定不易，不宜作量化時依循的標準。

又在教科書審查時，教科書的「頁數」是衡量教材內容份量的一個重要指標，本研究為便於分析比較，及作內容量化時有依循的標準，以「頁」為分析九年一貫課程小學幾何教材的分析單位。

各版本數學教科書中對幾何量的教材如長度、面積、體積、角度等部份的處理方式不盡相同。爲了忠實呈現原出版社的編輯理念，因此本研究所採用的數據均以各出版社對教材之歸類爲計算標準。各版本數學教科書中對幾何量涉及幾何概念的教材處理方式不同部分，詳見莊月嬌（2005）84-86頁。

（二）信度

本研究採評分員的一致性，作爲信度的檢定方式，由二位評分員，連同研究者三人，進行相互同意度即「評分員的一致性」的信度檢定。二位評分員（A與B）爲國小現職教師，一位任教二年級，一位任教三年級。評分員相互同意度計算後，詳見表2及表3。本研究之平均相互同意度（0.8866）及研究者相互同意度（0.8931）；本研究之信度（0.9592）及研究者信度（0.8931）也都高於0.80，達標準以上（歐用生，1991；楊孝濬，1994）。

表2 幾何教科書內容分析評分員相互同意度一覽表

評分員	A	B
研究者	0.8824	0.9037
A		0.8741

表3 幾何教科書內容分析之相關信度一覽表

平均相互同意度	0.8866
信度R	0.9592
研究者相互同意度	0.8931
研究者信度	0.9435

（三）效度

本研究採用評審團法檢測效度（王石番，1990），先對南一版第九冊、康軒版第十一冊之數學教科書試作分析。分析後，研究者將分析過程所遇到之問題與評分員討論，並對分析類目進行調整；再向數學教育教授與台北縣數學科輔導員請益後修正，發展出適宜的類目。

（四）資料分析

根據「小學幾何教材內容分析類目表」中，所列舉的五大類目及其次類目，逐頁登錄、歸納、分析與比較南一、牛頓、康軒、翰林四個版本小學數學教科書中幾何教材的內容，再利用次數分配、百分比等統計量描述數學教科書各版本、各冊中各類目的分佈情況。再根據量的分析結果及教科書中幾何教材的內容加以逐類目比較。

肆、結果與討論

本節針對各版本幾何教材所佔的份量與內容之分析比較結果，來說明各版本幾何教材內容範圍與份量之差異。爲了研究的客觀性與公平性，本研究以甲版本、乙版本、丙版本、丁版本做爲各出版社之化名。

一、各版本幾何教材所佔的份量分析比較

(一) 依頁數計算之結果

各學習領域學習階段係參照該學習領域之知識結構及學習心理之連續發展原則而劃分，每一階段均有其能力指標。數學學習領域第一階段爲一至三年級，第二階段爲四至五年級，第三階段爲六至七年級，第四階段爲八至九年級（教育部 2003）。本研究先依頁數計算，分析比較說明於下：。

1. 各版本一到十二冊幾何教材頁數所佔的份量分析

將各版本幾何教材佔各版本數學教科書頁數的份量，分冊統計如表4。結果甲版本佔180頁爲最多，乙版本133頁最少，兩者相差47頁。以比例來表示，乙版本幾何教材總頁數僅爲甲版本的73.89%。

以各版本幾何教材頁數佔各版本數學教科書頁數比例來看，甲版本1-12冊幾何教材頁數佔全部數學教科書頁數的15.73%最多，乙版本佔12.41%最少。

表4 各版本小學數學教科書幾何教材所佔頁數份量統計表

階段、冊別			甲版本		乙版本		丙版本		丁版本	
			幾何	全冊	幾何	全冊	幾何	全冊	幾何	全冊
第一階段	一、二、三年級	1	9 ^b 13.24 ^c	68 ^a	13 18.05	72	6 09.67	62	11 15.94	69
		2	7 10.30	68	6 08.82	68	8 11.60	69	9 10.58	85
		3	7 9.21	76	0	68	16 23.19	69	9 10.85	83
		4	7 9.21	76	8 11.76	68	8 11.11	72	6 07.22	83
		5	18 21.69	83	14 17.50	80	3 03.13	96	21 23.07	91
		6	14 14.00	100	8 09.09	88	30 30.93	97	15 12.93	116

階段、冊別			甲版本		乙版本		丙版本		丁版本	
			幾何	全冊	幾何	全冊	幾何	全冊	幾何	全冊
第二階段	四、五年級	7	5 4.91	102	18 18.75	96	14 15.22	92	6 5.77	104
		8	25 22.73	110	11 11.00	100	16 15.38	104	17 15.74	108
		9	28 25.00	112	10 10.00	100	12 12.00	100	44 40.74	108
		10	36 39.13	92	25 25.00	100	22 22.91	96	8 7.55	106
第三階段	六年級	11	13 9.20	141	15 11.72	128	21 18.75	112	20 15.15	132
		12	11 9.49	116	5 4.80	104	6 6.32	95	11 9.48	116
1-12冊合計			180 15.73	1144	133 12.41	1072	162 15.23	1064	177 14.74	1201

註：a.各版本全冊欄中數字（68^a）表示該版本該冊數學教科書的頁數。

b.幾何欄中數字（9^b）表示該版本該冊幾何教材所佔頁數。

c.小數（13.24^c）表示該冊幾何教材頁數佔數學教科書頁數的百分比。

2. 各階段中各版本幾何教材所佔的份量與差異之分析比較

再將表4分階段整理為表5。

表5 各版本各階段小學數學教科書幾何教材所佔份量統計

階段別	甲版本		乙版本		丙版本		丁版本	
	幾何頁數與百分比	階段頁數	幾何頁數與百分比	階段頁數	幾何頁數與百分比	階段頁數	幾何頁數與百分比	階段頁數
第一階段	62 ^b 13.16 ^c	471 ^a	49 11.03	444	71 15.26	465	71 13.47	527
第二階段	94 22.59	416	64 16.16	396	64 16.33	392	75 17.61	426
第三階段	24 9.34	257	20 8.62	232	27 13.04	207	31 12.50	248
1-12冊合計	180 15.73	1144	133 12.41	1072	162 15.23	1064	177 14.74	1201

註：a.各版本右方欄中數字（471^a）表示該版本該階段數學教科書總頁數；

b.各版本左方欄中數字（62^b）表示該版本該階段幾何教材所佔頁數；

c.小數（13.16^c）表示該階段幾何教材頁數佔數學教科書頁數的百分比。

(1)第一階段各版本幾何教材所佔的份量之分析比較

以丙版本幾何教材頁數佔全部數學教科書的15.26%最多，乙版本佔11.03%最少，乙版本幾何教材佔該版本比例僅為丙版本的72.28%。

丙、丁二版本幾何教材均佔71頁最多，乙版本49頁最少，乙版本幾何教材總頁數僅為丙、丁版本的69.01%。

(2)第二階段各版本幾何教材所佔的份量之分析比較

甲版本幾何教材頁數佔全部數學教科書頁數的22.59%最多，乙版本佔16.16%最少，乙版本幾何教材佔該版本比例僅為丙版本的71.53%。

甲版本幾何教材佔94頁為最多，乙、丙版本佔64頁為最少，乙版本幾何教材總頁數僅為丙、丁版本的68.09%。

(3)第三階段各版本幾何教材所佔的份量之分析比較

丙版本幾何教材頁數佔全部數學教科書頁數的13.04%最多，乙版本佔8.62%最少，乙版本幾何教材佔該版本比例僅為丁版本的66.10%，是三個階段中差距最大的。

丁版本幾何教材佔31頁為最多，乙版本20頁為最少，乙版本幾何教材總頁數僅為丁版本的64.52%，也是三個階段中差距最大的。

3. 各版本幾何教材頁數所佔的份量之分析討論

表6 各階段各版本數學教科書中幾何教材分佈差異表

幾何教材份量 階段別		最少	最多	差距 最多減最少	最少/最多 百分比表示	百分比同 質性考驗
第一 階段	以頁數計算	乙版本 49頁	丙、丁版本 71頁	22頁	69.01%	$\chi^2=3.456$ $p=0.064$
	以頁數比計算	乙版本 11.03%	丙版本 15.26%	4.23%	72.28%	
第二 階段	以頁數計算	丙版本 64頁	甲版本 94頁	30頁	68.09%	$\chi^2=3.456$ $p^*=0.025$
	以頁數比計算	乙版本 16.16%	甲版本 22.59%	6.43%	71.53%	
第三 階段	以頁數計算	乙版本 20頁	丁版本 31頁	11頁	64.52%	$\chi^2=1.900$ $p=0.168$
	以頁數比計算	乙版本 8.62%	丙版本 13.04%	4.42%	66.10%	
1-12冊 合計	以頁數計算	乙版本 133頁	甲版本 180頁	47頁	73.89%	$\chi^2=5.502$ $p^*=0.025$
	以頁數比計算	乙版本 12.41%	甲版本 15.73%	3.32%	78.89%	

(1)各版本一到十二冊幾何教材所佔頁數、及所佔頁數均以甲版本最多，乙版本最少。

(2)各版本幾何教材頁數佔數學教科書頁數的百分比，均以第二階段所佔的份量最多。

(3)各階段中各版本幾何教材所占的份量差異頗大也不同，其中以第三階段差異最大，詳見表 6。差異最多的二版本經百分比同質性考驗，得知第二階段及 1-12冊合計均達顯著差異。

(4)各版本幾何教材中各階段所占的份量差異頗大，以甲版本數學教科書各階段中幾何教材所佔份量差異最大。

(二) 依授課節數來計算之結果

授課節數為教材內容份量的重要指標之一，研究者根據各版本數學教師手冊中的註記，分析比較四個版本幾何教材的授課節數，統計結果詳見表 7。

1. 各版本一到十二冊幾何教材授課節數之比較結果

由表 7 所示，單以節數來看，甲版本幾何教材授課節數規畫十二冊共 114 節最多，乙版本 69 節最少。乙版本幾何教材授課節數僅為甲版本的 60.53%。

甲版本一到十二冊幾何教材節數佔全部數學教科書授課節數的 17.67% 為最多，乙版本幾何教材佔全部數學教科書授課節數的 13.64% 為最少。乙版本幾何教材授課節數佔該版本比例僅為甲版本的 77.19%。

表 7 各版本小學數學教科書中幾何教材授課節數統計表

版本 冊別		甲版本			乙版本			丙版本			丁版本		
		幾何份量		全冊	幾何		全冊	幾何		全冊	幾何		全冊
		節數	佔全冊節數比例	節數	節數	佔全冊節數比例	節數	節數	佔全冊節數比例	節數	節數	佔全冊節數比例	節數
第一階段	1	4.5 ^b	11.84 ^c	38 ^a	5.5	16.67	33	4	10.53	38	7.5	20.83	36
	2	7.5	18.29	41	3	8.57	35	4	10.00	40	5.5	13.10	42
	3	4.5	10.23	44	0	0.00	34	7	17.50	40	3.5	7.29	48
	4	5	11.36	44	4	11.11	36	4	9.30	43	3.5	7.95	44
	5	12.5	25.51	49	5.5	15.28	36	1	1.85	54	6.5	14.77	44
	6	7.5	12.50	60	2	5.56	36	16	30.77	52	10.5	19.81	53
第二階段	7	5	8.62	58	9	19.57	46	7	14.29	49	4.5	8.49	53
	8	14	23.33	60	6	12.50	48	7	14.58	48	10.5	21.88	48
	9	16.5	25.38	65	4	7.41	54	6	11.54	52	23	44.23	52
	10	25	45.45	55	18	36.73	49	10	18.18	55	3	5.56	54

冊別	版本	甲版本			乙版本			丙版本			丁版本		
		幾何份量		全冊	幾何		全冊	幾何		全冊	幾何		全冊
		節數	佔全冊節數比例	節數	節數	佔全冊節數比例	節數	節數	佔全冊節數比例	節數	節數	佔全冊節數比例	節數
第三階段	11	6.5	8.55	76	7.5	13.89	54	13	23.64	55	7	12.07	58
	12	5.5	10.00	55	4.5	10.00	45	6	12.50	48	4	7.27	55
1-12冊合計		114	17.67	645	69	13.64	506	85	14.81	574	90	15.33	587

註：a.各版本全冊欄中數字（38^a）表示該版本該冊數學教科書的總節數。

b.幾何欄中數字（4.5^b）表示該版本該冊幾何教材所佔的節數。

c.小數（11.84^c）表示該冊幾何教材節數佔數學教科書總節數的百分比。

2. 各階段中各版本幾何教材授課節數之比較結果

茲將表7分階段整理如表8。

表8 各階段各版本小學數學教科書幾何教材授課節數統計

階段別	版本	甲版本			乙版本			丙版本			丁版本		
		幾何節數分量		階段節數	幾何節數分量		階段節數	幾何節數分量		階段節數	幾何節數分量		階段節數
		節數	佔全冊節數比例	節數	節數	佔全冊節數比例	節數	節數	佔全冊節數比例	節數	節數	佔全冊節數比例	節數
第一階段		41.5 ^b	15.04 ^c	276 ^a	20	9.52	210	36	13.48	267	37	13.86	267
第二階段		60.5	25.42	238	37	18.78	197	30	14.71	204	41	19.81	207
第三階段		12	9.16	131	12	12.12	99	19	18.45	103	12	10.62	113
1-12冊合計		114	17.67	645	69	13.64	506	85	14.81	574	90	15.33	587

註：a.各版本階段節數欄中數字（276^a）表示該版本該階段數學教科書的總節數。

b.幾何欄中數字（41.5^b）表示該版本該階段幾何教材所佔的節數。

c.小數（15.04^c）表示該階段幾何教材節數佔數學教科書總節數的百分比。

(1)第一階段中各版本幾何教材授課節數之比較

甲版本幾何教材授課節數規畫41.5節最多，乙版本20節為最少。乙版本幾何教材授課節數僅為甲版本的48.19%。

各版本第一階段幾何教材授課節數佔各版本第一階段數學教科書授課節數比例，甲版本佔15.04%最多，乙版本佔9.52%最少，乙版本幾何教材的授課節數比例僅為甲版本的63.30%。

第一階段中各版本幾何教材授課節數的分佈與各版本幾何教材頁數的分佈並不一致，各版本幾何教材頁數的分佈以丙、丁版本各71頁為最多，甲版本62頁居第三，乙版本49頁為最少。

(2) 第二階段中各版本幾何教材授課節數比較

甲版本幾何教材授課節數規畫60.5節為最多，丙版本30節為最少。丙版本幾何教材授課節數僅為甲版本的49.59%。

各版本第二階段幾何教材授課節數佔各版本第二階段數學教科書授課節數比例，甲版本佔25.42%為最多，丙版本佔14.71%為最少，相差10.71%，丙版本幾何教材的授課節數比例僅為甲版本的57.87%。

第二階段中各版本幾何教材授課節數的分佈與各版本幾何教材頁數的分佈一致。

(3) 第三階段中各版本幾何教材授課節數比較

丙版本幾何教材授課節數規畫19節為最多，甲、乙、丁版本均規畫為12節，丙版本幾何教材授課節數僅為甲、乙、丁版本的63.16%。

各版本第三階段幾何教材授課節數佔各版本第三階段數學教科書授課節數比例，丙版本佔18.45%為最多，乙版本佔12.12%為居次，丁版本佔10.62%居第三，甲版本佔9.16%為最少，甲版本幾何教材的授課節數比例僅為丙版本的49.65%。

第三階段中各版本幾何教材授課節數的分佈與各版本幾何教材頁數的分佈並不一致，各版本幾何教材頁數的分佈以丁版本31頁為最多，丙版本27頁居次，甲版本24頁居第三，乙版本20頁為最少。

3. 各版本中三個階段幾何教材授課節數比較

甲、乙、丁版本幾何教材授課節數的分佈，均以第二階段最多，第三階段為最少。但是甲版本第二階段幾何教材授課節數為第三階的5.04倍，相差48.5節；乙版本第二階段幾何教材授課節數為第三階的3.08倍，相差25節。丙版本以第一階段中幾何教材授課的節數為最多，第三階段為最少，丙版本第一階段幾何教材授課節數為第三階的1.89倍，相差17節。由此可見各版本幾何教材在各階段的授課節數分佈情形差異很大。

4. 各版本幾何教材授課節數所佔的份量分析討論與結果

綜合以上的分析，詳表 9，可知各版本幾何教材授課節數與授課節數佔各版

本比重，不論是十二冊整體來看，或是以各階段來看各版本間的差異都很大，其中授課節數以第一階段的差異最大，授課節數佔各版本比重，以第三階段的差異最大。各版本內部三個階段中的教材分佈以甲版本差異最大，丙版本差異最小。經百分比同質性考驗後，各版本二、三階段及1-12冊整體授課節數差異是達顯著差異的，詳表9。

表9 各版本幾何教材授課節數差異分析比較

階段別	授課節數	最多的版本 與份量	最少的版本 與份量	差距 最多減最少	最少/最多 百分比表示	百分比同 質性考驗
第一階段	授課節數	甲 41.5節	乙 20節	21.5節	48.19%	$\chi^2=3.418$ $p=0.064$
	授課節數比	甲15.04%	乙 9.52%	5.52%	63.30%	
第二階段	授課節數	甲 60.5節	丙 30節	30.5節	49.59%	$\chi^2=7.809$ $p^*=0.05$
	授課節數比	甲25.42%	丙 14.71%	10.71%	58.87%	
第三階段	授課節數	丙 19節	甲、乙、丁12節	7節	63.16%	$\chi^2=4.137$ $p^*=0.042$
	授課節數比	丙18.45%	甲 9.6%	9.29%	49.65%	
冊合計	授課節數	甲 114節	乙 69節	45節	60.53%	$\chi^2=9.893$ $p^*=0.02$
	授課節數比	甲17.67%	乙 13.64%	4.03%	77.19%	

(三) 依類目計算之結果

1. 以主類目為分析單位之分析結果

其結果統計如表10，分析與討論如下。

表10 各版本幾何教材中各主類目所佔比例分析表

主類目	各版本類目總數	甲版本 289 ^a	乙版本 236	丙版本 255	丁版本 218	最高與最低百分 比間同質性考驗
A.形體外觀之辨識與建製		42 ^b 14.53 ^c	27 11.44	45 17.65	37 16.97	$\chi^2=491.000$ $p^{***}=0.000$
B.形體組成要素之辨識、發現與應用		87 30.1	58 24.58	77 30.20	59 27.06	$\chi^2=1.942$ $p=0.163$
C.形體性質之探究並運用其性質解題		89 30.8	90 38.14	77 30.20	71 32.57	$\chi^2=3.44$ $p=0.064$
D.形體之切割、重組與變換		19 6.57	18 7.63	18 7.06	15 6.88	$\chi^2=0.220$ $p=0.6394$
E.空間概念		52 17.99	43 18.22	38 14.90	36 16.51	$\chi^2=2.258$ $p=0.133$

註：a. (289^a) 表示甲版本幾何教材類目總數。

b. 數字 (42^b) 表示該版本該項主類目數量。

c. 百分比 (14.53^c) 為該類目數佔該版本類目總數之百分比。

(1)五大主類目幾何教材所佔的份量之分析結果

a.「A.形體外觀之辨識與建製」類目中，頁數以丙版本佔45頁最多，乙版本27頁為最少，乙版本甲版本的60%。以佔各版本的百分比來看，丙版本是17.65%為最多，乙版本是11.44%為最少，乙版本僅為甲版本的64.82%，乙、丙版本間百分比同質性考驗， $p^{***}=0.000$ 達顯著水準。

b.「B.形體組成要素之辨識、發現與應用」類目中，甲版本佔87頁為最多，乙版本佔58頁為最少，乙版本僅為甲版本的66.67%。以佔各版本百分比來看，丙版本是30.20%為最多，乙版本是24.58%為最少，乙版本僅為丁版本的81.39%。

c.「C.形體性質之探究並運用其性質解題」類目中，乙版本佔90頁為最多，丁版本佔71頁為最少，丁版本僅為乙版本的78.89%。以佔各版本的百分比來看，乙版本是38.14%為最多，丙版本是30.20%為最少，乙版本僅為丙版本的79.18%。

d.「D.形體之切割、重組與變換」類目中，甲版本佔19頁為最多，丁版本佔15頁為最少。丁版本的頁數僅為甲版本的78.95%。以佔各版本的百分比來看，乙版本是7.63%為最多，丙版本是6.27%為最少，乙版本僅為丙版本的82.18%。

e.「E.空間概念」類目，甲版本佔52頁為最多，丁版本佔36頁為最少。丁版本僅為甲版本的69.23%。若以佔各版本總類目數的百分比來看，乙版本是18.22%為最多，丙版本是14.90%為最少，丙版本僅為乙版本的81.78%。

(2)五大主類目幾何教材所佔份量之分析討論

a.各版本均以「C.形體性質之探究並運用其性質解題」與類目「B.形體組成要素之辨識、發現與應用」的份量分居一、二位，這與九年一貫課程暫行綱要中幾何能力指標的類目分佈一致。學習的年級為四、五年級，符合了van Hiele的幾何發展理論，與幾何教材設計原則。

b.類目「E.空間概念」在暫行綱要中類目份量最少，但是在甲、乙版本居第三位，在丙、丁版本居第四位，四個版本總量居第三位。林秀瑾與張英傑（2005）及廖婉琦（2004）的研究中同時指出，我國在空間方面的教材活動應該多加強。空間視覺化與空間方位之學習，有助於學童建立完整的空間感，是幾何學習的重要核心（Van de Walle, 2001/2005）；NCTM（2000）的「學校數學的原則與標準」中，將空間方位與空間視覺化列為四個幾何學習目標中的兩項；因此，加強空間方位與空間視覺化之學習，將是我們未來幾何課程修訂之重要方向，但在數學課程綱要中「空間概念」的能力指標卻被刪減（教育部，2003），這有待後續研究。

c.各版本均以類目「D.形體之切割、重組與變換」的份量最少，暫行綱要中

類目D份量第四，但是在正式綱要中卻已調升至第二位，主要原因是正式綱要中納入了許多形體分割、重組，以推衍出面積公式的教材。

d.類目「A.形體外觀之辨識與建製」各版本間的份量差距最大；乙版本幾何教材總頁數僅為甲版本幾何教材總頁數的73.89%，比對類目數的份量分佈後，得知甲版本比乙版本多的教材內容為類目「A.形體外觀之辨識與建製」與類目「B.形體組成要素之辨識、發現與應用」。

2. 以次類目為分析單位之分析結果

依照表1小學幾何教材內容分析類目表中所列舉的類目及次類目，分析比較甲、乙、丙、丁各版本小學幾何教材的內容，整理如表11。

(1)甲、乙、丁版本中份量最多的次類目為「C1.透過實測、實作察覺形體性質並運用其性質解題」。丙版本以次類目「B2.發現形體組成要素間的關係」所佔的教材份量為最多。

(2)甲、乙、丁版本均以次類目「B1.辨認、理解形體的組成要素」所佔的教材份量為第二位。丙版本中次類目「C1.透過實測、實作察覺形體性質並運用其性質解題」所佔的教材份量與B1同為第二位。

(3)各版本中份量最少的次類目，丁版本中「E3.運用坐標系統描述物體在空間的方位與路徑」的次類目數為0，是最少的。甲版本最少的次類目為「D2.圖形之切割、重組」，乙版本最少的次類目為「C3.察覺、理解相似、全等性質，並運用其解決問題」，丙版本中最少的次類目為「E3.運用坐標系統描述物體在空間的方位與路徑」。

表11 各版本幾何教材內容次類目所佔比例分析表

類目	次類目	各版本各次類目總數			
		甲版本 289 ^a	乙版本 236	丙版本 255	丁版本 218
A.形體外觀之辨識與建製	A1.辨識幾何形體	26 ^b 9.00 ^c	13 5.51	23 9.02	24 11.01
	A2.建製幾何形體	16 5.36	14 5.93	22 8.63	13 5.96
B.形體組成要素之辨識、發現與應用	B1.辨認、理解形體的組成要素	37 12.88	29 12.29	29 11.37	32 14.68
	B2.發現形體組成要素間的關係	34 11.76	18 7.62	32 12.55	19 8.72
	B3.辨別形體間組成要素的關係及解決相關問題	16 5.36	11 4.66	16 6.27	8 3.67

類目	次類目	各版本各次類目總數			
		甲版本 289 ^a	乙版本 236	丙版本 255	丁版本 218
C.形體性質之探究並運用其性質解題	C1.透過實測、實作察覺形體性質並運用其性質解題	41 14.19	51 21.61	29 11.37	33 15.14
	C2.理解垂直、平行、對角線性質，運用其解決問題	20 6.92	13 5.51	21 8.24	17 7.80
	C3.察覺、理解相似、全等性質，並運用其解決問題	7 2.42	2 0.85	6 2.35	5 2.29
	C4.形成並使用某類圖形的定義。	12 4.15	17 7.20	12 4.71	7 3.21
	C5.理解對稱關係，並運用其性質解決問題	9 3.11	7 2.97	9 3.53	9 4.13
D.形體之切割、重組與變換	D1.理解平面鋪設與立體堆疊	7 2.42	5 2.11	12 4.71	8 3.67
	D2.圖形之切割、重組	2 0.69	5 2.11	2 0.78	1 0.46
	D3.運用圖形之切割、重組解決問題	10 3.46	8 3.39	4 1.57	6 2.75
E.空間概念	E1.用上下、左右、內外等方位語描述位置	6 2.08	10 4.23	10 3.92	13 5.96
	E2.運用東、西、南、北等方位語詞描述方位	9 3.11	8 3.39	6 2.35	15 6.88
	E3.運用坐標系統描述物體在空間的方位與路徑	9 3.11	6 2.54	2 0.78	0 0
	E4.平面與立體表徵之轉換	28 9.69	19 8.60	20 7.84	8 3.67

註：a. (289^a) 表示甲版本幾何教材類目總數。

b. 數字 (26^b) 表示該版本該項次類目數量。

c. 百分比 (9.00^c) 為該次類目數佔該版本類目總數之百分比。

由以上的討論，得知各版本均重視「C1.透過實測、實作察覺形體性質並運用其性質解題」，佔11.37%~21.61%，顯示各版本小學幾何教材內容重視實際的操作，合乎九年一貫課程小學幾何綱要的要求。

二、各版本幾何教材內容範圍之分析結果

接著依各類目之教材內容範圍進行分析，並探討其差異。為了便於說明，以下以編碼方式表示教材出現之版本、冊別、單元、頁次，如：「甲-3-4-21」表示出現在甲版本第三冊第四單元21頁。

(一) 各版本「形體外觀之辨識與建製」之幾何教材內容範圍分析

首先將各版本形體外觀之辨識與建製的教材內容，依「A1.辨識幾何形體」及「A2.建製幾何形體」兩個次類目分別整理如表12及表13。

1. A1.辨識幾何形體

由表12得知，在次類目「A1.辨識幾何形體」下，平面圖形部分以甲版本的教材最為齊全，丁版本最少。立體形體部分，各版本教材相似。

表12 各版本「辨識幾何形體」教材內容範圍對照表

名稱 \ 版本形體			甲版本	乙版本	丙版本	丁版本
平面圖形	三角形	三角形	√	√	√	√
		正三角形	√	√	√	√
		等腰三角形	√	√	√	√
		直角三角形	√	√	√	√
		銳角三角形	√	√	√	√
		鈍角三角形	√	√	√	√
		等腰直角三角形	√	√		√
	四邊形	四邊形	√	√	√	√
		正方形	√	√	√	√
		長方形	√	√	√	√
		平行四邊形	√	√	√	√
		梯形	√	√	√	√
		菱形	√	√	√	√
		箏形	√	√	√	√
	多邊形	五邊形	√	√	√	
		六邊形	√	√	√	
		多邊形（7邊以上）	√	√		
		正五邊形	√	√	√	
		正六邊形	√	√	√	
		正多邊形（7邊以上）	√			
	圓形	圓形	√	√	√	√
		扇形	√	√	√	√
立體形體	柱體	長方體	√	√	√	√
		正方體	√	√	√	√
		角柱	√	√	√	√
		三角柱	√	√	√	√
		四角柱	√	√	√	√
		五角柱	√	√	√	√
		六角柱	√	√	√	√
		圓柱	√	√	√	√

名稱 \ 版本形體			甲版本	乙版本	丙版本	丁版本
	錐體	角錐	V	V	V	V
		三角錐	V	V	V	V
		四角錐	V	V	V	V
		五角錐	V	V	V	V
		六角錐	V	V	V	V
		圓錐	V	V	V	V
	球體		V	V	V	V

2. A2.建製幾何形體

由表13得知，在「A2.建製幾何形體」次類目中，立體圖形部分，甲、乙、丙、丁四個版本的教材內容每個項目都有，但深度不同，仍以甲版本的教材最為豐富。乙版本在一上（乙-1-6-46-1）出現用黏土捏出正方體、長方體和圓形的教材；丙版本在二下（丙-4-8-62）出現用黏土捏出正方體和長方體的教材，易造成學生難以達成的困擾及形成對正方體和長方體形體認識的錯誤觀念。

表13 各版本「建製幾何形體」教材內容範圍對照表

形體名稱 \ 版本			甲版本	乙版本	丙版本	丁版本
平面圖形	三角形	直線	V			V
		角	V	V	V	V
		三角形	V	V	V	V
		正三角形	V	V		
		等腰三角形	V	V	V	
		直角三角形	V		V	
	四邊形	四邊形	V	V	V	V
		正方形	V	V	V	V
		長方形	V	V	V	V
		平行四邊形	V	V	V	
		梯形	V	V	V	
		菱形	V	V	V	
		箏形		V	V	
	多邊形	多邊形（7邊以上）	V			
		五邊形	V	V		
		六邊形	V			
		正五邊形	V			
		正六邊形	V			
		正多邊形-7邊以上	V			
	圓形	圓形	V	V	V	V

形體名稱 \ 版本			甲版本	乙版本	丙版本	丁版本
立體形體	柱體	長方體	√	√	√	√
		正方體	√	√	√	√
		角柱	√	√	√	√
		三角柱	√	√	√	√
		四角柱	√	√	√	√
		五角柱	√	√	√	√
		六角柱	√	√	√	√
		圓柱	√	√	√	√
	錐體	角錐	√	√	√	√
		三角錐	√	√	√	√
		四角錐	√	√	√	√
		五角錐	√	√	√	√
		六角錐	√	√	√	√
		圓錐	√	√	√	√

平面圖形部分，除了圓形的建製四個版本的教材都有外，其餘各類都有某些版本未予以涵蓋。丙版本在一上（丙-1-8-55）出現用柱體積木在黏土上拓印的教材，恐易造成兒童判別是屬於立體形體還是平面圖形的混淆。

（二）各版本「形體組成要素之辨識、發現與應用」之教材內容範圍分析

爲了因應教材序列性的安排及研究分析的方便，將此個類目分成：直線與平面、角、多邊形、圓形、立體形體等細項加以探討分析，詳見表14。

由表14得知，此類目下，仍然是甲版本的教材內容範圍最爲豐富，但四個版本間的差異不大。

表14 各版本「形體組成要素之辨識、發現與應用」教材內容範圍分析表

項目 \ 版本			甲版本	乙版本	丙版本	丁版本
平面圖形	直線與平面	直線	√	√	√	√
		水平線	√	√	√	√
		鉛垂線	√	√	√	√
		封閉圖形內外及周界	√	√	√	√
		平面	√	√	√	√
		水平面	√	√	√	√
	角	角的構成要素	√	√	√	√
		銳角	√	√	√	√
		直角	√	√	√	√
		鈍角	√	√	√	√

項目 \ 版本			甲版本	乙版本	丙版本	丁版本
平面圖形	多邊形	正三角形	V	V	V	V
		等腰三角形	V	V	V	V
		等腰直角三角形	V	V		V
		正三角形是等腰三角形的一種	V		V	V
		三角形任兩邊和大於第三邊			V	V
		四邊形	V	V	V	V
		正方形	V	V	V	V
		長方形	V	V	V	V
		平行四邊形	V	V	V	V
		梯形	V	V	V	V
		菱形	V	V	V	V
		箏形	V	V	V	V
		多邊形	V	V	V	V
		正多邊形	V	V	V	V
		多邊形內角和	V(3-15邊形)	V(3-8邊形)	V(3-6邊形)	V(3-5邊形)
	圓形	圓形(直徑、圓周)	V	V	V	V
		扇形	V	V		V
		弧	V			V
		弦			V	
立體形體	柱體	長方體	V	V	V	V
		正方體	V	V	V	V
		多角柱	V	V	V	V
		圓柱	V	V	V	V
		柱體剖面		V		
	錐體	三角錐	V	V	V	V
		四角錐	V	V	V	V
		多角錐	V	V	V	V
		圓錐	V	V	V	V
		錐體的剖面		V		
	球體	球體	V	V		V
		球的剖面	V	V		
		球心	V	V		

(三) 各版本「形體性質之探究並運用其性質解題」之教材內容範圍分析

以下將各版本中所出現的各次類目性質探究教材彙整如表15。

由表15得知，在「形體性質之探究並運用其性質解題」類目下，仍然是甲版本的教材內容範圍最為豐富，乙版本最少。縮圖和比例尺的教材四個版本均無，但在九年一貫課程數學正式綱要中將其列入六年級6-s-02「能認識平面圖形放大、縮小對長度、角度與面積的影響，並認識比例尺」的分年細目中。

表15「形體性質之探究並運用其性質解題」的教材內容範圍分析表

次類目	教材內容範圍	甲版本	乙版本	丙版本	丁版本
C1.透過實測、實作，察覺形體性質並運用其性質解題	實測三角形內角和是180	V	V	V	V
	實測四邊形內角和為360	V	V		V
	張開角、旋轉角的大小	V	V	V	V
	實測察覺圓的性質	V	V	V	V
	實測察覺球的性質	V	V		
	實測察覺邊、角、面關係	V	V	V	V
	實測察覺柱體的性質	V	V	V	V
	實測察覺錐體的性質	V	V	V	V
C2.理解垂直、平行、對角線性質，並運用其解決問題	直線間的垂直平行現象	V	V	V	V
	鉛垂線及水平線互相垂直	V	V	V	
	面與面的垂直平行現象	V	V	V	V
	線與面的垂直平行現象			V	
	兩鉛垂直線、兩水平直線互相平行	V		V	
	畫垂直線	V	V	V	V
	畫平行線	V	V	V	V
	兩直線垂直所夾的角為90度	V	V		V
	兩直線同垂直於一直線則兩直線平行	V	V	V	V
	兩平行線間距離處處相等		V	V	V
	兩平行直線延長永不相交	V			V
	二平行線的同位角、內錯角性質			V	V
	做出鈍角三角形的高				V
	對角線性質	V			V
C3.察覺、理解相似、全等性質，並運用其解決問題	形體的相似性質				
	形體的全等性質	V	V	V	V
	縮圖和比例尺				
C4.形成並使用某類圖形的定義	定義形體	V	V	V	V
	比較兩個形體性質	V		V	V
C5.理解（線）	對稱關係，並運用其性質解決問題	V	V	V	V

（四）各版本「形體之切割、重組與變換」之幾何教材內容範圍之分析結果

「形體之切割、重組與變換」主類目下分出三個次類目，D2、D3二個次類目有密切的關聯，因此將二個類目置於同一項目分析，統稱為「運用圖形之切割、重組以解決問題」。

1.理解平面鋪設與立體堆疊

這個次類目主要是與面積的比較及立體形體體積的計算有關。各版本在教材內容範圍上並無差異。

2.運用圖形之切割、重組以解決問題

將各版本之「運用圖形之切割、重組以解決問題」的教材，整理如表16。

表16「運用圖形之切割、重組以解決問題」的教材內容範圍分析表

運用圖形之切割、重組以解決問題	教材內容與範圍	甲版本	乙版本	丙版本	丁版本
	將二個三角形合成一平行四邊形	V	V	V	V
	將二個三角形合成一長方形			V	
	將二個梯形組成一平行四邊形	V	V	V	V
	將一個梯形分割、重組成一平行四邊形	V			V
	將一個梯形分割、重組成一長方形	V			
	將一個三角形分割、重組成一長方形		V	V	
	將一個平行四邊形分割、重組成一長方形	V	V	V	V
	由三角形內角和推出多邊形的內角和	V	V	V	V
	分割重組圓形以推衍出圓形面積公式	V	V	V	V
	切割複合圖形以推算複合圖形面積	V	V	V	V

在此項目下，各版本的教材均與面積的計算結合，在此僅著重在探討幾何形體之切割與重組部份。甲、丙版本的教材內容最豐富，乙、丁版本的教材內容較少。

（五）各版本「空間概念」之幾何教材內容範圍分析

「空間概念」主類目下分出：E1、E2、E3、E4四個次類目，其中E1、E2、E3，涉及運用東、西、南、北等方位語詞描述方位學習之脈絡，在空間方位概念的學習上須統整此三項之技巧相互為用，故以下此三個次類目將一併分析比較，統稱為「空間方位」，次類目E4則單獨分析比較。

1. 空間方位

各版本有關空間概念的教材內容範圍整理如表17。

由表 17 得知，在空間方位項目下，甲版本的教材最多，丙版本最少

表17 空間方位的教材內容範圍分析表

教材內容範圍		甲 版 本	乙 版 本	丙 版 本	丁 版 本
運用 東、 西、 南、 北等 方位 語詞 描述 方位	運用上、下等方位語詞描述位置	√	√	√	√
	運用左、右等方位語詞描述位置	√	√	√	√
	運用內、外等方位語詞描述位置	√	√	√	√
	運用前、後等方位語詞描述位置	√		√	√
	運用遠、近等語詞描述距離				√
	運用東、西、南、北等方位語詞描述方位	√	√	√	√
	運用東南、東北、西南、西北等方位語詞描述方位	√	√		√
	運用東南、東北、西南、西北等八方位及距離描述方位	√	√		
運用坐標系統描述物體在空間的方位與路徑		√	√		

2. 平面與立體表徵之轉換

甲、乙二版本的教材涵蓋了所有柱體與錐體的視圖、透視圖、展開圖。丙版本在課本內文中則無展開圖部分，僅涵蓋所有柱體與錐體的視圖與透視圖，但在附件中附有柱體與錐體的展開圖模型，丙版本課本中的柱體與錐體底面大多是非正多邊形，其他版本幾乎都是正多邊形。丁版本則少了透視圖部分，僅涵蓋所有柱體與錐體的視圖與展開圖。

(六) 各版本五大類目教材內容範圍分析比較結果

綜合上述各類目教材內容範圍分析比較，歸納整理如表18。

表18 各版本幾何教材內容範圍差異表

主類目		教材內容範圍	教材內容範圍差異
A.形體外觀之辨識與建製		甲>乙>丙>丁	辨識多邊形、建製等腰、直角、正三角形、平行四邊形、菱形、梯形、箏形、多邊形
B.形體組成要素之辨識、發現與應用		甲>丁>乙>丙	球形、扇形、弧、弦
C.形體性質之探究並運用其性質解題		甲>丁>丙>乙	球形性質、平行關係的探究
D.形體之切割、重組與變換		甲>丙>丁>乙	梯形分割重組成一平行四邊形或長方形
空間概念	空間方位	甲>乙>丁>丙	八方位、坐標
	平面與立體表徵之轉換	甲>乙>丙>丁	視圖、展開圖

由表 18 得知，「A.形體外觀之辨識與建製」的教材內容範圍，以甲版本最多，乙版本次之，丙版本第三，丁版本最少。各版本教材內容範圍差異主要為辨識多邊形、建製等腰三角形、直角三角形、正三角形、平行四邊形、菱形、梯形、箏形、多邊形等項目。

「B.形體組成要素之辨識、發現與應用」的教材內容範圍，甲版本最多，丁版本次之，乙版本第三，丙版本最少。各版本教材內容範圍差異主要為球形、扇形、弧、弦等項目的要素辨識。

「C.形體性質之探究並運用其性質解題」的教材內容範圍，甲版本最多，丁版本次之，丙版本第三，乙版本最少。各版本教材內容範圍差異主要為球形性質、平行關係的探究等項目。

「D.形體之切割、重組與變換」的教材內容範圍，甲版本最多，丙版本次之，丁版本第三，乙版本最少。各版本教材內容範圍差異主要為將梯形分割重組成一平行四邊形及將梯形分割重組成一長方形二項。

「E.空間概念」的「空間方位」教材內容範圍，以甲版本最多，乙版本次之，丁版本第三，丙版本最少。各版本教材內容範圍差異主要為八方位及坐標等項目。

「平面與立體表徵之轉換」的教材內容範圍，甲版本最多，乙版本次之，丙版本第三，丁版本最少。各版本教材內容範圍差異主要為視圖與展開圖等項目。

綜合各版本幾何教材內容範圍及份量之探討發現，在幾何教材份量方面，各版本均以類目 C「形體性質之探究並運用其性質解題」這個類目所佔的教材份量最多。類目 B「形體組成要素之辨識、發現與應用」所佔的教材份量居各版本的第二位。類目 C 與類目 B 兩項合起來，在甲、乙、丙三版本都超過 60%的份量，丁版本也佔了 59.63%，這顯示了九年一貫數學領域小學幾何教材以「幾何形體組成要素的發現、辨認及其關係與性質的理解」為主要內容，這與 van Hiele 幾何思考模式的發展是相符合。國小兒童之幾何概念發展，大多屬於 van Hiele 幾何思考模式的視覺辨識與分析兩階段，僅少數高年級學童能進展到非形式演繹階段（劉好，1995），因此小學階段幾何教材設計之原則，需能提供兒童觀察、操作各種幾何形體，以培養形體的基本概念，進而發展到有意義的關係與性質之探究。以次類目來看，各版本均以 C1「透過實測、實作察覺形體性質並運用其性質解題」所佔的教材份量最多，以 B1「辨認、理解形體的組成要素」居第二，這也與小學階段幾何教材設計的原則相符合。

此外，由上述的分析討論，發現各版本數學教科書不論以 1-12 冊總體來看，或者依各個學習階段分別來看，在幾何教材所佔的份量、幾何教材的授課節數規

畫以百分比來看差異均很大；另外各版本教材中各類目的份量分佈也很不一致。

在幾何教材內容範圍分析方面，發現各版本的幾何教材內容範圍是有差異的，一綱多本的情形，將造成學習學生學習結果的不同，以及造成學生流動轉銜時的困擾與學習不連貫。

在各版本教科書的大小相同，全年授課總時數一致，但是各版本的幾何教材份量、授課節數差異這麼大的情形下，是否各版本都能同時完成能力指標的要求？為什麼幾何教材份量、授課節數差異這麼大？這是研究者值得再加以探討的問題，也是教育行政單位（尤其教科書審查單位）及教師、家長應密切注意與深思探究的問題。

伍、結論與建議

本研究旨在探討九年一貫數學課程暫行綱要實施後，各審定本教科書間小學幾何教材份量與範圍的差異，希望透過幾何教材的內容分析，為這段教科書編輯的過程做一忠實的實徵記錄。茲歸納本研究之主要發現，提出以下結論與建議，供未來課程發展、課程綱要修訂、教科書編審、教科書使用及研究之參考。

一、結 論

（一）各版本小學教科書中幾何教材的份量，經百分比間同質性考驗來後，顯示有差異

本研究結果顯示各版本幾何教材的份量，不論頁數、授課節數或是類目分佈，經百分比間同質性考驗來後，顯示有差異。其中以A類目「形體外觀之辨識與建製」的教材份量差異最顯著；若單以數量來看，授課節數之差異最大，乙版本的授課節數僅為甲版本的60.53%。另外，在幾何教材內容範圍分析方面，各版本均有差異，一綱多本，本本都不相同的問題的確存在，將造成學生學習結果的不同，以及流動轉銜時的困擾與學習的不連貫。

（二）各版本幾何教材內容均重視「形體性質之探究並運用其性質解題」

各版本幾何教材在「形體性質之探究並運用其性質解題」此一類目中，佔30.20%~38.14%，也重視「形體組成要素之辨識、發現與應用」佔24.58%~30.20%，契合九年一貫課程小學幾何綱要的要求，也合乎van Hiele的幾何發展理論與幾何

教材設計原則。

（三）各版本均缺乏空間視覺化的教材，應加強空間視覺化之教材

各版本「空間概念」教材內容範圍的差異是最明顯的。空間概念之學習有助於學童空間感的發展，建立完備的空間能力，是幾何課程之重要核心（Van de Walle, 2005/2001）；NCTM（2000）提出的「學校數學的原則與標準」中，分別將空間方位與空間視覺化列為四個幾何學習目標之中的兩項。但是本研究發現各版本僅重視方位教材，空間視覺化部分除了乙版本有找出與描出積木的側面圖外，各版本僅在柱體與錐體的視圖及透視圖觀察、展開圖製作部分有所涉及，質與量均明顯不足。

二、建議

（一）幾何課程應加強空間概念之課程

空間概念的學習有助於培養學童發展空間感，建立完備的空間能力。本研究結果也發現空間概念部分的課程偏向方位教材，在質與量上均顯不足，亟應予以加強。九年一貫課程正式綱要中，對於空間概念部分卻是大幅減少，應加以檢討修正，未來幾何課程應增加空間概念之課程，以提升學童之空間能力。

（二）提升教師專業與自主，強化教師統整教材能力

在幾何教材份量、授課節數、各能力指標份量差異大的情形下，僅依照一個版本的內容來教學可能會造成學習結果的落差，造成學生學習銜接上的困擾；此時教師必須運用統整教材的能力，以減少教科書內容所造成的差異及提升幾何教學效能。九年一貫課程重視教師專業的提升與專業自主，希望老師不只是教科書的消費者、視教科書為「教學的聖經」而已，而是希望教師是教科書的審核者、改編者、甚至是設計者，能夠有足夠的專業素養來解讀課程綱要、統整教材、設計教材。也唯有如此，才能讓教室內的教學活動不至於停留在傳統的「逐頁含蓋課本內容」而已，以減少因教科書內容的差異而造成學生學習成果的差異。

（三）未來可研究的方向

後續研究可針對對兩個版本或一個年級、一個階段進行較深入的教材結構分析比較。另外編輯委員對編製教科書所抱持的理念、價值與編輯脈絡為何？能力指標是如何轉化為教科書內容？教師在教室現場如何詮釋、解讀並使用教科書？數學領域各主題的份量應如何分配才合理？我國與其他國家之幾何課程有何差異，都是後續研究值得加以探討的問題。

未來亦可進行縱向性的研究，如以八十二年課程教科書與九年一貫課程教科

書進行分析比較，或將九年一貫課程暫行綱要之教科書與九年一貫課程正式綱要之教科書進行分析比較，以作為未來教科書內容編製與課程修訂之參考。

誌 謝

感謝本論文審查者之意見，本文僅以「頁」為分析單位，呈現九年一貫課程暫行綱要各版本之教科書中幾何教材內容與份量之分析比較，至於各版本教科書中幾何教材組織脈絡及對能力指標詮釋之分析部分，將另文發表。各版本數學教科書中對幾何量涉及幾何概念的教材處理方式，詳見莊月嬌（2005）84-86 頁。感謝行政院國家科學委員會專題研究計畫「九年一貫數學能力指標的詮釋：圖形與空間」（NSC 92-2522-S-152-005）資助小組成員張英傑、許德田、吳明郁、劉再興、林佳蓉、張家燕、廖婉琦、林秀瑾等老師之討論意見。

參考文獻

- 王石番（1990）。**傳播內容分析法：理論與實證**。台北：幼獅文化。
- 左台益（2002）。van Hiele 模式之國中幾何教材設計。**中等教育**，53（3），44-53。
- 吳德邦（2004）。使用 VAN HIELE 五階段學習模式開發九年一貫課程第一階段圖形與空間教材教法之詮釋性研究。台北市：國科會專題研究計畫成果報告 NSC 92-2522-S-142-004。
- 吳德邦、謝翠玲（1998）。根據 van Hiele 理論來探討國小數學實驗課程之幾何教材。**中師數理學報**，2（1），20-61。
- 林秀瑾、張英傑（2005）。台灣地區三十年來國編版小學幾何教材內容範圍分析研究。**國立臺北師範學院學報**，18（2），65-92。
- 高新建（1991）。國小教師課程決定之研究。國立臺灣師範大學教育研究所碩士論文。
- 莊月嬌（2005）。九年一貫課程小學幾何教材內容研究。國立臺北師範學院數理教育研究所碩士論文。
- 張英傑、陳創義（2003）。九年一貫數學學習領域綱要諮詢意見—幾何篇。教育部九年一貫數學學習領域綱要諮詢意見小組。2004 年 9 月 28 日取自 http://www.math.ntnu.edu.tw/~cyc/_private/mathedu/me9/nineyear/。
- 教育部（1976）。國民中小學課程標準。台北：正中書局。
- 教育部（1993）。國民中小學課程標準。台北：教育部。

- 教育部 (2001)。國民中小學九年一貫課程暫行綱要數學學習領域。台北：教育部。
- 教育部 (2003)。國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域。台北：教育部。
- 黃政傑 (1989)。美國中小學教科書問題的檢討。載於中華民國比較教育學會主編，**各國教科書比較研究** (頁 371-388)。台北：台灣書店。
- 黃盈君 (2000)。國小五年級學生三角形圖形概念之分析研究。國立台中師範學院數學教育研究所碩士論文。
- 楊孝滌 (1979)。傳播社會學。台北：聯經出版社。
- 楊孝滌 (1994)。傳播研究方法總論。台北：三民書局。
- 廖婉琦 (2004)。台灣 82 年國編版數學教科書與美國 *Everyday Mathematics* 之內容分析比較研究：以幾何教材為例。國立台北師範學院數理教育研究所碩士論文。
- 劉好 (1994)。國民小學數學科新課程中幾何教材的設計。載於台灣省國民學校教師研習會 (主編)，**國民小學數學科新課程概說 (低年級)** (頁 194-213)。台北：台灣省國民學校教師研習會。
- 劉好 (1995)。國小數學新課程「立體圖形」之教材教法設計理念。**國教輔導**，35 (1)，5-12。
- 劉好 (2000)。平面圖形教材的處理。載於台灣省國民學校教師研習會 (主編)，**國民小學數學科新課程概說 (高年級)** (頁 194-213)。台北：台灣省國民學校教師研習會。
- 歐用生 (1991)。內容分析法。載於黃光雄、簡茂發 (主編)，**教育研究法** (頁 229-253)。台北：師大書苑。
- 鍾靜、張英傑編 (2002)。「國民中小學九年一貫課程補充說明」。台北：國立台北師範學院數理教育研究所 (未出版)。
- 謝豐瑞 (2001)。數學課程發展的延續與改革—九年一貫代數能力指標之編排想法。載於歐用生、莊梅枝 (主編)，**九年一貫課程學習領域研討會論文集，邁向課程新紀元(七)**。
- 譚寧君 (1995)。國民小學數學課程幾何教材分析研討。載於周筱亭 (主編)，**八十三學年度國民小學新課程數學科研討會論文暨會議實錄專輯** (頁 47-57)。台北：台灣省國民學校教師研習會。
- Van de Walle (2005)。中小學數學科教材教法 (Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally)。(張英傑、周菊美合譯)。台北市：五南。(原著 2001 年出版)
- Crowley, M. L. (1987). The van Hiele model of the development of geometric thought. In M. Lindquist, & A. P. Shulte (Eds.), *Learning and teaching geometry, k-12, Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp.1-16). Reston, VA. NCTM.
- Carroll, W. M. (1998). Geometric knowledge of middle school students in a reform-based mathematics curriculum. *School Science and Mathematics*, 98, 188-97.
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp.420-464). New York, NY: Macmillan publishing Company.

- Department for Education (1995). *Mathematics in the national curriculum*. London: HMSO.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Orton, R. E., & Pandiscio, E. (1998). Geometry and metacognition: An analysis of Piaget's and van Hiele's perspectives. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 20 (2 & 3), 78-88 .
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2000). *Mathematics education in the Netherlands: A guided tour*. Freudenthal Institute Cd-rom for ICME9. Utrecht: Utrecht University.
- van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight: A theory of mathematics education*. Orlando: Academic Press.

An Analysis of Content and Quantity of Geometry Textbooks for Elementary Schools in the Nine Years Curriculum

Yueh-Chiao Chuang & Ing-Jye Chang*

ABSTRACT

This paper aims to explore the difference in content and quantity between the four sets of textbooks for the elementary school geometry course after the practice of the provisional guidelines in the nine years curriculum.

This paper tends to group the elementary school geometry into five categories:

- A. The organization and constructional analysis between figure and structure.
- B. The identification, discovery, and application of the constructional elements between figure and structure.
- C. The study of the characteristic of figure and its application to problem solving.
- D. The dissections, reorganization, and transformation of figure.
- E. The spatial concept.

The study adopted the method of content analysis to analyze the teaching materials of every textbook. It is found that there are various textbooks for one principle, and every textbook varies from each other. The main findings of the study are as follows:

1. Vast differences in the amount of the geometrical teaching material, including the pages, numbers of teaching period, and categories, are found. The most noticeable differences among these textbooks are the numbers of teaching periods, i.e. the teaching period of the textbook B is only 60.53% of the textbook A.
2. The content of the geometry textbook that pays great attention to the study of the characteristics of figure and the application of these characteristics to problem

* Yueh-Chiao Chuang: Teacher, Chung-He Elementary School, Taipei County

Ing-Jye Chang: Associate Professor, Graduate School of Mathematics Education, National Taipei University of Education.

solving is between 30.20% and 38.14%; the discovery, application, and recognition elements of figure formation is between 24.58% and 30.20%. These are in accordance with van Hiele's Development Theory of Geometry and with the designing principles in geometric teaching material.

3. All the textbooks that are short of spatial concepts with only the cylindrical and conical surfaces are between 3.67% and 9.69%. It is essential to strengthen the teaching materials of spatial visualization in the textbooks in order to promote the ability of students' spatial visualization.

Key words: textbooks of the Provisional Guidelines in the Nine Years Curriculum, geometrical materials, content analysis