

建構導向教學和學生 數學學習的關係

鍾靜、李佳陵*

摘 要

本研究旨在探討學生在國小階段接受建構導向教學下，一直到國中及高一階段的學習狀況及其影響，再著重探討建構導向教學下社會大眾所關注的兩個重點：1.討論式教學對學生學習的影響。2.直式算則的延後引入對學生學習的影響。研究工具採自編的「數學教學與學習調查問卷」，研究對象為八十六學年度畢業的北小學生，而同屆他校畢業生為對照組。本研究提出以下結論：

1. 兩組學生對上數學課的喜愛程度由國小階段，國中階段至高一階段，都呈現逐漸下降的趨勢。北小畢業生的部分，在國中至高一階段下降的趨勢最為明顯，本研究歸納出其主要原因有三：對講述式教學的不適應；教材難度增加的不理解；以分數為導向的升學壓力。

2. 北小畢業生在延後直式算則的情況下，國一階段，計算能力受到了一定的影響，但在國中階段及高中階段，學生可以經由加強練習跟上其他的同學，在國中基本學歷測驗的表現和他校畢業生是相當的。

3. 兩組學生都喜歡透過師生或同學間較多發表和討論的活動，來澄清數學概念或公式的意義這樣的上課方式。但是他校畢業生認知的「發表」和「討論」上課方式在程度和模式上與北小畢業生有所差異，就互動的價值觀而言，北小畢業生是較偏向正面的。

關鍵字：建構主義、數學教學、學習狀況

* 鍾靜：國立臺北師範學院數學暨資訊教育學系教授

李佳陵：國立臺北師範學院數理教育研究所碩士生

投稿收件日：93年3月31日；修正日：93年6月16日；接受日：93年6月25日

建構導向教學和學生 數學學習的關係

鍾靜、李佳陵^{*}

壹、緒論

近年來，國內小學數學教育問題深受社會關切，在八十五學年度開始逐年實施強調學童認知發展，一般稱為「建構式數學」的教材與教學。隨後，『九年一貫暫行綱要』強調學童學習方式和思考型態的數學課程，自九十學年度一年級開始跳年實施。實施以來，兩者均造成學生數學能力的低落，其中以演算能力降低的問題最為顯著（教育部九年一貫數學學習領域綱要修訂小組，民 92）。日前曾有報導指出，九十一學年度國中一年級的學生，數學能力大幅滑落，而這一批國中新生正是臺灣地區第一批接受「建構式數學」的學生，因此，有些輿論及社會大眾、民意代表及學生家長紛紛提出不滿，認為在數學課實施「建構式數學」正在戕害我們的下一代。在有些人的認知中，「建構式數學」是把問題化簡為繁，不強調有效率的方法讓學生無所適從；翁秉仁（民 92）也提出學生在做乘法計算時，必須利用連加的“笨方法”（葡萄算法），使得學生的計算能力降低；教材內容過於簡單，學生學得太少，無法和國中課程銜接上，學生無法主動建構所有的知識…等等。然而；在數學課實施「建構式數學」真的是這樣的嗎？希望學生每一個解題都停留在自發性的兒童法，而不向上攀升為有效率的專家法嗎？真的要求學生不背九九乘法嗎？在數學教室裡，教師沒有提出關鍵性的問話，僅經由學生討論，就可以提升數學能力嗎？其實社會大眾對於所謂的「建構式數學」持著一知半解的態度，眾說紛紜，而這些說法全然是建構導向教學的原意嗎？其實不然，當社會各界將矛頭對準「建構式數學」之際，是否更應該回歸基本面，徹底了解建構導向教學主要的想法與意涵？

^{*} 鍾靜：國立臺北師範學院數學暨資訊教育學系教授
李佳陵：國立臺北師範學院數理教育研究所碩士生

從教育面來看，建構導向的教學談的不是根本建構論，而是較符合社會建構論的觀點。根本建構論主要是從個別的觀點來詮釋學習者的學習歷程。從 Piaget 的觀點來看，根本建構論的基本論點有二（引自甯自強，民 76）：

1. 知識不是被動接受的或被傳遞的；知識是認知主體所主動建構的。
2. 知識獲得的方式是調融的，認知的功能是用來組織外在的經驗世界，而非用來發現已存在的本體現實。

因此，社會大眾所謂的建構式數學，研究者認為是較偏向根本建構論的觀點，要學生主動建構知識，強調知識是認知主體所主動建構的。而社會建構論強調的是，知識的建構不是個體閉門造車而成，而是透過社會的溝通、集思廣益中建構成的（劉秋木，民 85）。就社會建構論的立場而言，知識是社會建構的，亦即透過人際間的互動，實際一起去做，在協商的對話歷程中，持續的不斷的產生的。因此，我們所主張之建構導向的教學應該是以社會建構論的觀點為立意基礎，強調的不僅是學生主動的建構，更注重教師的適時介入，以幫助學生達到一定的學習效果，而非只注重個體的發展。因此，研究者認為，建構導向的教學不僅重視學生的學習過程，也強調藉由教師的介入進而提升學生的學習成果。Wood, Bruner 和 Ross（引自單文經，民 86）認為教師給予適當的協助好比一般建築所使用的鷹架（Scaffolding）一樣，一般包括（1）保障兒童的學習能成功。（2）將兒童習得的知能延伸至新的領域。（3）在兒童能自行學習時，能及時撤離。而教師在建構導向的教學中，所扮演的角色正如鷹架般，在互動討論的過程中，適時給予關鍵性的問話，幫助兒童延伸相關的數學能力；在兒童自發性的解法中，適時給予提示，幫助兒童向上攀升為專家法。Vygostky（引自陳淑敏，民 84）認為學生的學習發展可以分為兩個層次，一是實際的發展層次（real level of development），這是個體能夠獨立解決問題的層次；另一個是潛在的發展層次（potential level of development），這是在成人的引導下或與能力較佳的同儕合作，才能解決問題的層次；這兩個層次之間的差距就是近側發展區（ZPD；Zone of Proximal Development）。就 Vygostky 的觀點而言，良好而有效的教學，一定要把握受教個體的近側發展區，適時透過他人表現出來。因此，教師須給兒童足夠的引導和練習，讓兒童有機會發展出新的行為結構。建構導向的教學蘊含的僅是一種學習理論，提供多元的解題策略及思考能力的培養，尊重學生的兒童法，適時的把握學生的近側發展區，為學生搭建鷹架，幫助學生攀升到應有的程度，甚至是專家法，而非流於繁雜多元的計算題型。

我國建構導向的教學是注重學生的學習過程，並藉由教師的介入進而提升學

生的學習成果。Niss(1996)從理論與歷史的觀點分析國際上數學教學的趨勢，指出教學重點已由「教」逐漸轉向「學」，漸漸以兒童的教與學活動為關注的焦點，強調學習者要具備有參與及合作的態度，主動的學習活動。Riedesel（1990）觀察數學科改革的趨勢，也是由「教師講解的方式」轉向「因應學生認知發展的方式」。可見，我國數學教育的改革尚符合國際數學改革的趨勢。而在學生學習方面，Kubinov'a, Mareš, and Novotn'a（2000）探究 13 個班級分為 4 種型態的數學教學，發現採用封閉式課程、傾向傳統講述教學，學生在程序性知識上的表現雖然和採用建構導向教學的班級相似，但是在應用層面以及不熟悉的情境下的表現相差很多。研究者深信教師的角色轉為引導，再輔以發表、討論和互動的歷程，這樣的教學方式不僅可以讓學生主動參與而且也可以讓數學的學習更概念化。雖然建構導向教學有良好的立意，但在施行過程中，社會大眾仍對數學課程有部分疑慮，針對此，教育部（民 92）針對「建構」一詞，提出了說明，建構係指數學概念是學生活動經驗建構的成果，無法由教師灌輸而獲得，強調學生數學概念學習的本質，而非僅指特定建構教學法；教科書上所列的各個算式為學生可能的思考歷程，勿刻意教授、灌輸或當作考試的標準答案；計算能力宜有適當定位；發展兼顧計算能力與理解能力的教學法。討論過建構式數學和建構導向教學的差異後，研究者認為需把焦點放在孩子的身上，關心孩子們的感受，因此本研究想實際了解孩子在建構導向教學下的學習狀況是如何的。

根據「不同數學教學取向下學生數學學習態度之研究」（鍾靜、翁嘉聲，民 89）探討學生在建構導向的教學和講述式教學這兩個不同的取向下，學生數學學習態度的研究；這是連續五年的研究，從學生三年級開始到六年級；在「八十二年版數學課程實驗教材下學童成就的評估」（鍾靜、蔣治邦、林素微、朱建正，民 90）評估學生的數學學習成就，是連續三年的研究。這兩個研究的實驗班學生都是實施教育部八十二年版數學課程實驗教材的學生；而其研究的背景是針對同一學校前後二屆的學生，進行普通班與實驗班的對照比較，而實驗班（八十七年畢業）的學生，教學時是忠於實驗教材編出來的教材順序和內容；所謂的普通班（八十六年畢業）學生，學的是六十四年版的教材；二屆的班級數都各是 6 個班。而鍾靜、翁嘉聲（民 89）的研究成果顯示：兩屆學生都認為學會數學，但是實驗班發表和討論的活動較普通班頻繁；實驗班學生喜歡上數學課的比例，以及在數學課舉手發言的比例高於普通班學生；實驗班學生發問的主動性普遍略高於普通班；實驗班的小朋友在運用社會互動的用語較普通班更多，因為老師常常問的話是：「誰會補充？」「你同意嗎？」「你怎麼知道？」……等等。如果只有社會性的語

言就是儀式型的教學，真正要讓學生有數學能力的提升，就需要到深究型，要能夠問好的關鍵問題，讓他能夠去思考，幫助學生逐步由自然解法，藉恰當的鷹架攀升到有效率的專家法。而鍾靜等人（民 90）利用教育部依據六十四年版課程編訂有常模的成就測驗，發現實驗班學童的測驗表現整體而言並不亞於普通班學童。本研究在探討過這兩個研究的研究成果後，我們發現建構導向的教學下，學生數學成就不差，也提升了解題、態度、情意等能力；但是對後續的國中，高中課程有何影響？因此，研究者在九十學年度時，想追溯這一批實驗班現在就讀高一的學生（簡稱為北小畢業生）在國小階段經由建構導向的教學至高一階段的學習狀況；然而，學生之學習狀況可能受社會文化、人文背景、教材…等各種因素的影響，但本研究所選取之研究對象，皆為同儕，固其背景差異不大，多為大安區之學子，其社經文化背景相似度高，僅國小階段所接受的教學方式有差異，因此，本研究目的旨在了解學生在國小、國中及高中三個階段中所接受的教學方式及學習的影響，再著重探討建構導向教學下社會大眾所關注的兩個重點：1.討論式教學對學生學習的影響。2.直式算則的延後引入對學生學習的影響。

貳、研究實施

本研究以自編的「數學教學與學習調查問卷」進行調查，蒐集相關資料。問卷的內容架構針對研究目的，共設計九個重點問題，如下：學生在不同的階段中（國小階段、國中階段及高一階段）是否喜歡上數學課？和同學相比較的數學表現？數學課的上課方式？數學學習狀況？補習的原因？延後直式算則的學習是否有影響？最喜歡的數學課上課方式？怎樣的數學課上課方式對學生最有幫助？上數學課如何解題。因此分為甲乙兩卷，甲卷針對北小畢業學生設計；而乙卷針對他校學生而設計。其中第六題的設計題目為調查直式算則的延後與否對學生的學習狀況所造成的影響，因施測對象的不同，做部分調整。為了解學生實際情形及填答問卷者背後的真正想法，問卷內容中有部分題目請填答者以文字表達其理由。

研究使用的問卷，安排三位北小畢業生接受預試，並在預試後，進行訪談，以為修正問卷的依據，再經過多位專家檢驗後，以專家效度形成正式問卷。正式施測時間為民國九十學年度下學期六月，針對九十學年度就讀高一的北小畢業生，即為前述之第一批接受建構導向教學下的實驗班學生為施測對象，問卷再根據學生當時畢業資料，進行寄發問卷，收回有效問卷共 79 份。因問卷回收率只

有四成，特商請當年六位實驗班之導師針對學生數學成就作分類（如表 1），發現符合北小畢業生代表性，因此對本研究而言，此分資料具有代表性。同時，本研究為尋求對照組，也請填答問卷的北小畢業生，尋找與自己同校且其能力旗鼓相當的他校畢業生填答乙卷；而我們可以由表 5 跟表 2 得知，他校畢業生和北小畢業生之學習成就相當，他校學生足以作為對照組。

表 1 他校學生及北小學生的背景資料

對象	北小畢業生（甲卷）			他校畢業生（乙卷）
	高	中	低	
	30 人	37 人	12 人	56 人
小計	79 人			56 人

研究者為分析北小畢業生及他校畢業生所填答之文字資料，將 79 位北小畢業生填答資料編碼和他校畢業生，北小畢業生編碼如： S_{01h} ，第一碼代表學生（S）；第二碼及第三碼為流水號；第四碼為北小畢業學生在北小時數學成就表現分類（高：h，中：m，低：l）。他校畢業生編碼如： S_{a01} ，第一碼代表學生（S）；第二碼代表為他校畢業生（a）；第三碼及第四碼為流水號（01）。

參、研究結果和討論

本研究為了解北小畢業生和他校畢業生實際的數學成就表現，我們也在問卷中對兩批學生在國中基本學力測驗的實際成績進行調查，並形成表 2。由表 2，我們可以得知在國中基本學力測驗中，第一次基本學力測驗北小畢業生和他校畢業生在數學科上的表現相去不遠，非常接近。在第二次基本學力測驗北小畢業生和他校畢業生在數學科的表現上是相當的。因此，本研究中的兩組學生在數學科的能力表現是相當的，沒有差異。

表 2 北小畢業生及他校畢業生基本學力測驗數學科得分平均

對象		北小畢業生（甲卷）	他校畢業生（乙卷）
第一次學測級分	總平均	44.0（70 人填答）	45.5（44 人填答）
	標準差	8.822	11.112
第二次學測級分	總平均	49.0（36 人填答）	49.0（21 人填答）
	標準差	11.410	12.147

本研究中將九個問題整合成五個部分來討論，第一個部分是討論上數學課的感覺與喜惡的原因，第二個部分是數學表現的比較，第三個部分是上課方式和學習狀況間的關係，第四個部分是直式算則對學生的影響，第五個部分是上課方式對學生的影響。每一個部分都根據問卷的問題與學生填答的情形，以及學生回答的理由內容，做逐步分析討論。

一、上數學課的感覺與喜惡的原因

在這一個部分中，我們想探討的是在國小、國中及高一這三個階段中，北小學生與他校學生對於上數學課的感覺，及在各階段中，「為什麼喜歡上數學課？」，「為什麼不喜歡上數學課？」的原因。

表 3 在不同階段上數學課的感覺

意見	學生		百分比			
	學生		百分比			
	北小學生	他校學生	北小學生	他校學生	北小學生	他校學生
很喜歡	30.4	32.1	16.5	16.1	8.9	14.3
喜歡	44.3	33.9	43.0	35.7	31.6	37.5
不太喜歡	17.7	32.1	32.9	30.4	43.0	26.8
不喜歡	6.3	1.8	7.6	17.9	15.2	21.4
未選	1.3	0	0	0	1.3	0

在問卷中，我們對於兩群學生在國小階段、國中階段和高一階段三個階段中對於上數學課的感覺進行調查，並形成表 3。在國小階段時，北小畢業生喜歡上數學課的比率佔了百分之七十四點七，他校畢業生喜歡的比率佔了百分之六十六，因此，我們知道在國小階段時，兩群學生大部分的人喜歡上數學課；到國中時，兩群學生喜歡上數學課的程度向下降，北小畢業生在喜歡的比率為百分之五十九點五，他校畢業生喜歡的比率為百分之五十一點八；到了高一，喜歡上數學課的學生變少了，北小畢業生的比率為百分之四十點五，他校畢業生的比率為五十一點八；很明顯地，不喜歡上數學課的學生有增加的趨勢，尤其是北小畢業生在不太喜歡的部分佔百分之四十三，在不喜歡的部分佔百分之十五點二。因此我們將北小學生在高一階段較不喜歡上數學課的情形和原因提出作討論。

在這一個題目中，我們請學生在每一個選項寫出選擇的理由，從學生的理由

中，大概可以歸納出三個面向：

（一）對講述式教學的不適應

北小畢業生喜歡上數學課的比例是高於他校畢業生的，從學生在國小階段喜歡上數學課的理由裡：「彼此間有互動，讓自己表達出心中的想法（S_{19h}）。」；「覺得數學很有趣，一種題目，有很多種解法（S_{08m}）。」；「因為有許多實際操作，容易組合性理解，上課可以有很多有趣的學習方式（S_{16l}）。」。我們發現在實驗課程活潑、生動的教學下，北小畢業生習慣於透過和教師或是同儕間的討論、溝通，進而讓自己的數學概念獲得澄清。北小畢業生在國中、高中階段，教師的教學方式改變了。在國中階段時，北小畢業生不喜歡上數學課的理由是：「上課變得很呆板，雖然覺得內容不難，但是都是在聽老師講解，沒有自由發揮的空間（S_{39h}）。」；「比較重課本教學，跟小學比起來顯的呆板，但小學教的東西比其他學校少，老師說國小應該教過的東西，我反而沒學到，漸漸沒了興趣（S_{01m}）。」；「實際操作較少，也比較難些，有很多題目不知怎麼算（S_{16l}）。」在高一階段時，北小畢業生不喜歡上數學課的理由是：「高中的內容很死，要一直背公式，老師上課很快一直講一直講，不能夠當場發問，老師就講自己的，大家就拼命的抄，而且每次都要抄一堆，格子還寫不下，高中的內容都比較抽象，很多東西到底是什麼一直是我心中的疑惑，那些東西莫名其妙，無法令人接受（S_{10h}）。」；「學校老師教學方法不好，常無法聽懂他教什麼，所以數學課幾乎都在算自己的數學（S_{42m}）。」我們可以發現，在國中及高一階段的學生，反應教師多半採講述式的教學，由教師主導教室裡所有學習的過程，教師單方面教授學生知識，而北小畢業生扮演的是被動接受的角色，沒有發表和討論的機會。北小畢業生在國中、和高中的學習過程中所接受的學習方式和國小大不相同，在適應上產生了一定的困難度，會覺得這樣的學習方式是無聊的、呆板的，對上數學課的興趣自然也就降低了。除了由學生在問卷中所填答的理由外，因為樣本數不多，研究者利用不同的統計方法找出學生不喜歡上數學課的理由。然而，在以上北小畢業生所填答的理由中，大部分的理由都集中在對講述式教學的不適應，因此，研究者利用交叉表和表 3 兩個表的相互對應，說明數學課的上課方式和喜歡上數學課的方式其間的關係。

從上面的表 3 中，我們得知北小畢業生在國小、國中及高一三個階段中喜歡數學的程度逐年下降，不喜歡上數學課的學生有逐年遞增的趨勢，因此研究者將問卷中的第一題（你喜歡上數學課嗎？）和第三題（在你的印象中，數學課的上課方式如何？）做一交叉表，如表 4，進行更細部的分析探討在不同的上課方式

下，不同階段的學生會有怎樣的選擇。

表 4 北小畢業生數學課上課方式 & 喜歡程度之交叉分析百分比

數 學 課 嗎 上	在你的印象中，數學課上課方式如何？											
	教師直接講解			師生間討論少			師生間討論多			自行練習		
	國小	國中	高一	國小	國中	高一	國小	國中	高一	國小	國中	高一
很喜歡	100	22.6	8.2	0	10.3	13.0	31.1	28.6	0	0	0	0
喜歡	0	38.7	26.5	0	41.0	43.5	47.3	57.1	40.0	0	100	0
不太喜歡	0	25.8	42.9	50.0	43.6	34.8	16.2	14.3	60.0	0	0	100
不喜歡	0	12.9	20.4	25.0	5.1	8.7	5.4	0	0	0	0	0
未選	0	0	2.0	25.0	0	0	0	0	0	0	0	0
人數(人)	1	31	49	4	39	23	74	7	5	0	2	2

從表 3，在國小、國中、高一階段，各有百分之七十四點七、百分之五十九點五、百分之四十點五的北小畢業生喜歡上數學課。我們可以發現，喜歡上數學的學生百分比逐年下降中。因此，我們將從表 4 中探討，在不同類型的上課方式中，學生喜歡的程度。

在表 4 中，我們發現國小階段，北小畢業生在「老師引導、同學發表，師生、同學間的討論比較多」這樣的上課方式下，選擇「很喜歡」或是「喜歡」的佔了百分之七十八點四。從表 3 和表 4 中我們可以得知，北小畢業生在國小階段，其上課方式多為老師引導、同學發表，師生、同學間的討論比較多，而大部分的學生在這樣的上課方式下，是喜歡上數學課的。

在表 4 中我們可以發現，在國小階段，有七十四人選擇「老師講解、同學發表，師生、同學間的討論比較多」的上課方式，這些學生裡有百分之七十八點四的選擇「很喜歡」、「喜歡」；我們可以發現大部分的北小畢業生喜歡自己國小時的上課方式。在國中階段，選擇「通常由老師直接講解解題方法」的上課方式達三十一人，這些學生裡有百分之六十一點三選擇「很喜歡」、「喜歡」；選擇「老師講解、同學發表，師生、同學間的討論比較少」的上課方式達四十九人，這些學生裡有百分之三十四點七選擇「很喜歡」、「喜歡」；我們可以發現，隨著師生間的討論減少，學生上數學課的喜歡程度確實有降低的趨勢。在高中階段亦有相同的情形。

從表 4 和表 3 中，我們可以發現北小學生上數學課的喜歡程度隨著國小、國

中及高一階段上課方式的改變而有所差異，學生選擇『很喜歡』、『喜歡』這兩個選項的人數逐漸遞減，而選擇「不喜歡」、『很不喜歡』相對提昇，因此可以發現教師上課的方式的確會影響學生喜歡上數學課的程度及意願。

（二）教材難度增加的不理解

我們從北小畢業生在國小階段喜歡上數學課的理由：「因為**課程很簡單**，而且常可以和同學討論，只是用白板的方式較不滿意（S_{13h}）。」；「國小數學**較輕鬆，易懂易學**（S_{17m}）。」；「因為很**簡單**（S_{54i}）。」可以發現北小畢業生因為實驗課程的內容較為淺顯易懂，教師較注重學生的學習過程，對於學生的自動化這個部分較為忽略，因此學生在國中及高中階段的銜接上產生了落差，自然對上數學課的感覺會大打折扣。這個部份我們可以在北小畢業生到了國中階段及高一階段時不喜歡上數學課的理由得到印證，在國中階段：「由於教材不同，一開始**跟不上**，但國二三後開始好轉（S_{58h}）。」；「**有點難，背的東西很多**，功課壓力也蠻大的（S_{52i}）。」。在高中階段：「課程很多很複雜，高一下有很多新的觀念，而且在建中壓力更大，常會擔心數學跟不上（S_{13h}）。」；「**高中數學較難**，上起來一知半解（S_{17m}）。」；「**高中數學太難了**，對數學更生恐懼感（S_{78i}）。」。

（三）以分數為導向的升學壓力

我們從北小畢業生在國小階段喜歡上數學課的理由：「或許是上起來**沒有什麼壓力**，而且也受到補習的影響，覺得這些東西都很簡單（S_{71h}）。」；「挺好玩的，**上課輕鬆沒壓力**（S_{09m}）。」可以發現在國小階段的學習，因為沒有聯考、基本學力測驗…等考試壓力，學生的學習較沒有壓力，而教師的教學重點也放在讓學生能理解數學，對數學產生興趣；但到了國中及高中階段，我們再看看北小畢業生不喜歡上數學課的理由，在國中階段：「上課沉悶，然後**一天到晚在寫考卷**。（S_{42m}）」；「**老師一直叫大家做題目**，但我不喜歡做，就一直抄（S_{69i}）。」。在高中階段：「**背公式，背公式**，背了成績也不一定好（S_{34h}）。」；「**都為了考試而唸**（S_{15m}）。」我們也發現在國中階段及高一階段，考試壓力讓教師不得不以分數為導向，給學生較多的練習與考試，要求學生把公式背好，希望幫助學生有更好的成績。在這樣的情形下，自然容易忽略了學生的學習狀況與學習興趣，而學生在分數的壓力下，覺得學習數學不再只是單純的學習，而是要有更好的表現，考出更好的分數。

在上面的結論中，我們發現北小畢業生到國、高中階段不喜歡數學課的原因主要歸為三類：一、對講述式教學的不適應；二、教材難度增加的不理解；三、以分數為導向的升學壓力。在他校畢業生的部分，在國中階段有百分之四十八點

三的學生不喜歡上數學課，高中階段有百分之四十八點二的學生不喜歡上數學課，而其原因：「公式一大堆，看到就反感，反覆算題目，很無聊（S_{a01}）」；「在國中，背的公式變多了，不喜歡背（S_{a49}）」；「重視結果（S_{a27}）」；「老師沒有討論，只抄黑板，趕進度，不熟練，考不好，沒信心，這是惡性循環（S_{a29}）」。由上述的理由，我們可以發現他校畢業生不喜歡上數學課的原因，多為較不喜歡在不理解的情形下背公式，和北小畢業生是有部份雷同的。

研究者得到的結論是，北小畢業生在國小階段所接受上課方式屬於討論式教學，讓學生有充分表達自己意見，和同儕討論自己看法的機會，這樣的教學方式讓學生覺得數學課是有趣的，提高了學生上數學課的興趣。在教材內容的部分，國小階段、國中階段及高一階段，教材的連貫性似乎比較不夠；國小階段的內容較淺、較簡單，到了國中及高一階段教材內容較難，使學生在學習上產生了落差。因此，在未來的教改中，教材內容的連貫性也是需要注意的一環。

二、數學表現的比較

在這個部分中，我們想探討的是，接受調查的兩群學生（北小畢業生和他校畢業生）在不同階段時，在數學表現上的差異，因此形成表 5；除幫助了解學生數學表現的差異外，亦可避免造成研究的偏頗。

表 5 自己和其他同學相較之下的數學表現

意見 \ 學生 百分比	國小階段		國中階段		高一階段	
	北小學生	他校學生	北小學生	他校學生	北小學生	他校學生
很優秀	16.5	28.6	17.7	23.2	8.9	12.5
還不錯	58.2	51.8	55.7	39.3	36.7	37.5
不太好	21.5	14.3	21.5	23.2	38.0	30.4
很差	2.5	5.4	3.8	14.3	15.2	19.6
未選	1.3	0	1.3	0	1.3	0

我們可以從表 5 發現，在各個階段裡，北小畢業生和他校畢業生的數學表現相差不大，這也顯示在這個研究中北小畢業生和他校畢業生自覺的比較基礎差異不大。

在這個部分，研究者從學生填答的資料中發現北小畢業生在國小階段覺得自己數學表現還不錯及很優秀的學生佔了百分之七十四點七，他校畢業生佔了百分

之百分之八十點四；而在國中階段北小畢業生覺得自己數學表現還不錯及很優秀的學生佔了百分之七十三點四，他校畢業生佔了百分之六十二點五；在高中階段北小畢業生覺得自己數學表現還不錯及很優秀的學生佔了百分之四十五點六，他校畢業生佔了百分之五十。很明顯的，北小畢業生和他校畢業生在上高中後，覺得自己的數學表現變差了。北小畢業生覺得自己數學很差的比率，從百分之三點八增加到百分之十五點二，這是為什麼呢？本研究想實際了解不同成就的學生在高中階段覺得自己的數學表現突然低落的情形，因此，研究者從數學成就表現分別為高、中及低之學生的理由中來探討其原因，從高成就學生的理由中：國中跟高一有變化，跟新數學沒有多大關係，純粹是**教材變難，根本沒時間一題題解**（S_{43h}）；高中的**數學突然變深，量也變多**，與國中的差別很大（S_{45h}）；高中的數學**老師教的很深，常用一些比較難的理論來教我們**，講的又快，而且又得抄筆記，常來不及聽，回家後也很少在做數學，常是累積到考前才在讀，所以成績大約只有在七十幾分，常因一次唸的份量太多，而覺得很累（S_{50h}）。高成就的學生普遍反應，教材變難，教師的教法較難適應，…等。從中成就學生的理由中：高一上還可以，高一下因三角函數，**公式多要背，且又複雜**，所以成績很差（S_{08m}）；**內容變多，複雜需要花較多時間練習**，一不小心成績就會掉下來（S_{35m}）；高中**注重背公式，缺少理解**，也就是多做題目，”背多分”（S_{49m}）。中成就學生的反應普遍是公式較多，缺少理解，內容太多，…等。從低成就學生的理由中：**要學的東西太多**（S_{51l}）；**高中數學更難了**，如果不努力，會被當掉（S_{46l}）；**多加了很多新的公式和要記的很多**（S_{54l}）。低成就學生的反應普遍是內容太多，公式太多，…等。

從這三群學生的理由，我們可以發現到了高中階段，學生覺得數學表現突然低落的原因是和我們在第一個部分所探討之學生不喜歡上數學的原因頗為相似，主要皆歸因於：高中階段的課程在內容、程度上突然的加深加廣，讓學生無法在短期內適應；公式的部分僅重視背誦，缺少理解，學生無法有效運用；教師以講述式的教學為主，較難注意到學生的需求，無法適時為學生搭建鷹架。

在表 5 中所提出的是北小畢業生和他校畢業生自覺的數學表現，雖然有百分之十五點二的北小畢業生在高中階段覺得自己的數學能力變差了，但，我們可以從表 2 發現，事實上，這兩群學生在基本學力測驗的表現是相當的。因此，研究者想再從學生在不同的上課方式下，對學生的影響做探討，探討為何北小畢業生會覺得自己的數學表現變差了。

本研究的問卷調查是在北小畢業生高一上的階段進行施測，學生才剛進入高

中，尚未建立對高中數學的熟悉感，以研究者的推論，或許還在摸索的階段，為證實這樣的推論，我們想探討北小畢業生在不同的數學上課方式下有什麼樣不同的數學表現，並形成表 6。

表 6 北小畢業生數學課上課方式&數學表現之交叉分析百分比

何較現你的 起和的 來同數 學學 如比表	在你的印象中，數學課的上課方式如何？											
	教師直接講解			師生間討論少			師生間討論多			自行練習		
	國小	國中	高一	國小	國中	高一	國小	國中	高一	國小	國中	高一
很優秀	0	22.6	6.1	0	12.8	17.4	17.6	14.3	0	0	50.0	0
還不錯	100	61.3	36.7	25.0	46.2	34.8	59.5	85.7	40.0	0	50.0	50.0
不太好	0	12.9	36.7	75.0	33.3	39.1	18.9	0	60.0	0	50.0	0
很差	0	3.2	18.4	0	5.1	8.7	2.7	0	0	0	0	50.0
未選	0	0	2.0	0	2.0	0	1.4	0	0	0	0	0

本文在下節中，將討論上課方式和學習狀況間的關係，因此，我們探討兩群學生在不同階段的上課方式，並形成表 7。在表 7 中，我們發現國小階段北小畢業生百分之九十三點七選擇「老師引導、同學發表，師生、同學間的討論比較多」的上課方式。從表 6 中，我們發現，有百分之七十七點一的北小畢業生認為自己的數學表現是「很優秀」或是「還不錯」。

在表 7 中，我們發現北小畢業生在國中階段，其上課方式和國小階段已有改變，百分之三十九點二的北小畢業生是處於「由老師直接講解解題方法」的上課方式下；從表 6 中可以看到，這群北小畢業生有百分之八十三點九認為自己的數學表現是「很優秀」或是「還不錯」。在表 7 中，國中階段有百分之四十九點四的北小畢業生是處於「老師講解、同學發表，師生、同學間的討論比較少」的上課方式下；從表 6 中可以看到這群北小畢業生有百分之五十九認為自己的數學表現是「很優秀」或「還不錯」。

因此，我們可以發現北小畢業生在國中及國小處於不一樣的教學方式下。換言之，北小畢業生在國小階段接受建構導向教學的上課方式下，在國中階段的適應能力還是不錯的，仍可以跟的上同儕。

在表 7 中，我們發現北小畢業生在高一階段，百分之六十二的北小畢業生是處於「由老師直接講解解題方法」的上課方式下；從表 6 中可以看到這群北小畢

業生認為自己的數學表現是「很優秀」或「還不錯」的百分比只剩百分之四十二點八。在表 7 中，高一階段有百分之二十九點一的北小畢業生是處於「老師講解、同學發表，師生、同學間的討論比較少」的上課方式下；從表 6 中可以看到有百分之五十二點二的北小畢業生認為自己的數學表現是「很優秀」或「還不錯」。

我們可以從以上的討論中發現，在高一階段，北小畢業生認為自己的數學表現是「很優秀」或「還不錯」的人數減少了。然而，從表 5 中發現，有百分之八十點四的他校畢業生在國小階段覺得自己的數學表現是「很優秀」或「還不錯」；有百分之六十二點五的他校畢業生在國中階段覺得自己的數學表現是「很優秀」或「還不錯」；有百分之五十的他校畢業生在高一階段覺得自己的數學表現是「很優秀」或「還不錯」。我們也可以由此得知，他校畢業生從國小到高一階段亦認為自己的數學表現變差了。

因此，研究者推論，在高一階段的北小畢業生和他校畢業生可能對於數學的學習方式都還在摸索的階段，尚未有全盤的掌握，而不應該是像外界輿論所言，因為受到建構式導向教學的影響，而使數學成績變差。

三、上課方式和學習狀況間的關係

在這個部分中，我們想探討的是，北小畢業生和他校畢業生在接受不一樣的上課方式下，學生學習的狀況有何異同。

表 7 數學課上課的情形

意見 \ 學生 百分比	國小階段		國中階段		高一階段	
	北小學生	他校學生	北小學生	他校學生	北小學生	他校學生
老師直接講解解題方法	1.3	44.6	39.2	32.1	62.0	48.2
老師講解，討論比較少	5.1	17.9	49.4	41.1	29.1	19.6
老師引導，討論比較多	93.7	33.9	8.9	21.4	6.3	30.4
老師很少講解，多半自行練習	0	3.6	2.5	3.6	2.5	1.8
未選	0	0	0	1.8	0	0

為了解北小畢業生和他校畢業生在國小、國中及高一階段上數學課的情形，研究者將兩群學生在不同階段的上課方式合併列出，形成表 7。從表 7 我們可以發現，在國小階段裡，北小畢業生在教室中由教師引導、同學發表，討論式的上課方式佔了百分之九十三點七，他校畢業生在這個部分僅佔了百分之三十三點

九，這是明顯偏低的。在國中階段，北小畢業生在教室中由教師引導、同學發表，討論式的上課方式僅剩百分之八點九，而由教師主導的部分佔了百分之八十八點六，這個部分也明顯的看出在北小畢業生在不同階段的數學教室中，學習方式有了相當大的改變，在他校畢業生在這個部分由教師主導的情形也佔了百分之七十三點二，因此，我們可以發現，在大部分的國中數學教室裡，學生是屬於被動的，師生間的互動也是較少的。在高一階段，北小畢業生在教室中由教師引導、同學發表，討論式的上課方式僅剩百分之六點三，由教師主導的部分佔了百分之九十一點一，我們發現上課由教師主導的趨勢升高，教室的主導權掌握在教師手中，學生扮演的是聆聽及接受的角色，比較特別的是。他校畢業生在這個階段覺得由教師主導的部分僅佔百分之六十七點八，而在教室中由教師引導、同學發表，討論式的上課方式增加到百分之三十點四。然而；在他校畢業生所認知的「發表和討論的上課方式」是否真的是一個互動的上課方式？這是我們需要再確認的。

在表 7 中，我們可以看到在國中階段，有百分之八點九的北小畢業生認為他們的數學課是「老師引導、同學發表，師生、同學間的討論比較多」，有百分之二十一點四的他校畢業生認為他們的數學課是「老師引導、同學發表，師生、同學間的討論比較多」。在高一階段，有百分之六點三的北小畢業生認為他們的數學課是「老師引導、同學發表，師生、同學間的討論比較多」，有百分之三十點四的他校畢業生認為他們的數學課是「老師引導、同學發表，師生、同學間的討論比較多」。然而，問卷設計是由北小畢業生及與其在高一階段同校的他校畢業生作答，所接受的上課方式是一樣的，但在這樣的填答情形下，我們可以發現，北小畢業生和他校畢業生所認知的「發表和討論的上課方式」很明顯是不同的。

表 8 各階段的數學學習狀況

意見 \ 學生 百分比	國小階段		國中階段		高一階段	
	北小 學生	他校 學生	北小 學生	他校 學生	北小 學生	他校 學生
解題與計算能力都不錯	44.3	62.5	31.6	39.3	12.7	14.3
會列式，計算慢或容易出錯	44.3	23.2	60.8	37.5	48.1	51.8
會計算，但不清楚如何列式	10.1	7.1	5.1	14.3	27.8	16.1
解題與計算不理想	1.3	7.1				
會算答案，不了解意義			2.5	8.9	11.4	17.9
未選	0	0	0	0	0	0

北小畢業生和他校畢業生在國小階段所接受的上課方式有所差異，因此，我們想了解這兩群學生在不同階段裡數學學習的狀況，因此形成表 8。

從表 8 看來，在國小階段有百分之八十八點六的北小畢業生覺得自己的解題和計算能力都是不錯的，只有百分之十一點四的北小畢業生覺得自己解題與計算能力是較不理想的；呼應到表 7 的話，我們可以發現北小畢業生在教室中由教師引導、同學發表，討論式的上課方式下，他們覺得自己的解題能力和計算能力都是不錯的。當進入國中階段時，計算能力就受到了一定的考驗，很明顯地，我們可以發現百分之六十點八的北小畢業生，覺得自己的計算能力是比較慢，比較容易出錯的。在他校畢業生的部分，覺得自己解題與計算能力都不錯的人也大幅度減少（從百分之六十二點五降至百分之三十九點三）；因此，在國小到國中的這個階段裡，兩群學生都在適應中。在高一階段，有百分之二十七點八的北小畢業生會計算，但不清楚如何列出正確的算式（算式填充題），這個比率高於他校畢業生的十六點一，這是為什麼呢？在表 7 中我們發現，在高一階段有百分之六十二的北小畢業生在上數學課時，教師的上課方式採直接講解解題方法，沒有給學生討論或是澄清數學概念的機會，學生也反應：高中**注重背公式，缺少理解**，也就是多做題目，”背多分”（S_{49m}）；高中的內容很死，要一直背公式，**老師上課很快一直講一直講，不能夠當場發問**，老師就講自己的，**大家就拼命的抄**，…等（S_{10h}）。因此，我們可以發現，在高一階段，教師直接講解解題方法這樣的上課方式，北小畢業生對於數學概念無法真正理解，在這樣的情形下自然會覺得自己的數學表現變差了。

在數學表現變差的情況下，有些學生可能會轉而求助補習班或家教的情形，我們想要實際了解，學生參加補習班或家教的原因，因此，我們將兩群學生在不同階段參加補習班的原因合併列出，形成表 9。

表 9 在各階段參加補習或請家教的最主要原因

意見	學生		國小階段		國中階段		高一階段	
	百分比		北小學生	他校學生	北小學生	他校學生	北小學生	他校學生
沒有補習			75.9	69.6	27.8	37.5	36.7	42.9
可學更多、更深，超過學校教的			15.2	7.1	30.4	16.1	19.0	17.9
聽不懂或不適應學校老師的教法			3.8	8.9	25.3	23.2	34.2	19.6
你補、我補、大家補，比較安心			5.1	8.9	16.5	19.6	10.1	16.1
未選			0	5.4	0	3.6	0	3.6

從表 9 我們可以發現，在國小階段，有百分之七十五點九的北小畢業生和百分之六十九點六的他校畢業生沒有補習。在國中階段，兩群學生補習的情形增加了。國中階段，在北小畢業生的部分中，有百分之三十點四是因為希望可以學到更多、更深，超過學校教的，有百分之二十五點三是因為聽不懂或不適應學校老師的教學方式。在高一階段，北小畢業生補習的原因有百分之三十四點二是因為聽不懂或不適應學校老師的教學方式，高於他校畢業生的百分之十九點六。在表 7 中，我們發現高一階段大部分的上課方式皆屬師生間討論較少，或由教師直接講解，雖無直接的證據顯示是不同的上課方式影響學生參加補習班或家教，但其中相關的可能性卻是很值得探討與深思的。

在探討完上課方式對學生的學習影響後，我們發現教師的上課方式的確對學生有影響，因此研究者想更進一步討論在建構導向的教學下，直式算則的延後引入學習對學習狀況及學習表現有何影響。

四、直式算則對學生的影響

在北小的實驗課程中，強調有意義的學習，重視學生的學習過程與認知發展，著重先理解概念再形成算式，因此直式算則的延後學習，在這樣的學習歷程中，北小畢業生的解題能力和計算能力是否受到影響？在國中階段和他校畢業生比起來，是否產生落差很大的現象，這是我們在這個部分中想要討論的主題。我們將北小學生在國小階段、國一時期和國二以後，因為直式算則的延後學習所造成的影響合併列出，為表 10。

表 10 延後直式算則的學習，這種算法對北小畢業生造成的影響

意見	百分比	北小學生	國小階段	國一時期	國二以後
不覺得有影響			48.1		
因為題目的數字都不大，所以沒有影響				16.5	3.8
即使不用直式算則，也能成功解題且速度不慢			15.2	15.2	10.1
如果不用直式算則，對解題與計算速度都有影響			27.8		
相較於其他同學計算慢，有壓力；熟練後，有所改進				35.4	41.8
不管懂不懂，我都喜歡用直式算則			8.9		
不論題目數字大小，我幾乎都用直式算則或珠心算				32.9	43.0
未選			0	0	1.3

從表 10 我們可以發現，實驗課程強調有意義的學習，著重先理解概念再形成算式，因此直式算則的延後學習，這種算法在國小階段有百分之四十八點一的北小畢業生覺得是沒有影響的，百分之十五點二的北小畢業生覺得即使不用直式算則，也能成功解題且速度不慢；因此，在國小階段，直式算則的延後學習對北小畢業生影響並不大。在國一階段，有百分之三十五點四的北小畢業生相較於其他同學計算速度較慢，於是開始感受到有壓力，但熟練之後，就有所改進，百分之三十點二九的學生不論題目數字大小，幾乎都用直式算則或珠心算，因此我們可以發現，在國一階段，北小畢業生逐漸熟練於直式算則的應用；在國二階段，我們發現百分之四十一點八的北小畢業生，相較於其他同學計算速度較慢，於是開始感受到有壓力，但熟練之後，就有所改進，百分之四十三的北小畢業生不論題目數字大小，我幾乎都用直式算則或珠心算，因此我們發現北小畢業生雖然計算的速度較慢，但後來也都能慢慢的跟上同學，並不因為直式算則的延後引入，影響數學學習。

在表 2 中，我們也可以看到，北小畢業生和他校畢業生在國中基本學力測驗的數學成就表現是相當的，因此，延後直式算則的學習在國中階段或許讓北小畢業生的計算速度比較慢，但上了高中階段，北小畢業生的表現是不亞於他校畢業生的。

在討論完直式算則的延後學習對整體北小畢業生的影響後，研究者想了解不同數學成就的學生在直式算則的延後學習下，會造成什麼影響？因此，研究者實際從高、中、低三個成就表現的學生探討直式算則的延後學習分別在國小階段、國一階段、國二階段所造成的影響，因此研究者將三種成就的學生在不同階段的影響合併列出，並形成表 11。

在表 11 中我們發現，對高成就和中成就的北小畢業生而言，在國小階段有百分之五十以上的北小畢業生不覺得有影響，但是低成就的北小畢業生有百分之四十一點七的北小畢業生覺得不用直式算則，對解題與計算速度都有影響；在國中階段，在三個成就中，大約都有百分之三十到百分之四十的北小畢業生覺得相較於其他同學計算速度較慢，所以頗有壓力；但熟練之後，就有所改進。在這個部分，或許實驗課程沒有特別要求學生的熟練度，忽略了學生的自動化，所造成的影響；而這個是未來課程可以特別注意的一點。

表 11 延後直式算則的學習對不同成就的北小畢業生造成的影響

意見 \ 學生 百分比	國小階段			國一階段			國二階段		
	高	中	低	高	中	低	高	中	低
不覺得有影響	50.0	51.4	33.3						
因為題目的數字都不大，所以沒有影響				23.3	13.5	8.3	3.3	2.7	8.3
即使不用直式算則，也能成功解題且速度不慢	23.3	13.5	0	20.0	10.8	16.7	13.3	10.8	0
如果不用直式算則，對解題與計算速度都有影響	26.7	24.3	41.7						
相較於其他同學計算慢，有壓力；熟練後，有所改進				30.0	40.5	33.3	36.7	48.6	33.3
不管懂不懂，我都喜歡用直式算則	0	10.8	25.0						
不論題目數字大小，我幾乎都用直式算則或珠心算				26.7	35.1	41.7	46.7	37.8	50.0
未選	0	0	0	0	0	0	0	0	8.3
總人數(人)	30	37	12	30	37	12	30	37	12

五、上課方式對學生的影響

在北小的教師採取有別於傳統教學的上課方式，教師不再是數學課上唯一的主角，上課時注重學生的學習過程，透過讓學生主動發表和討論互動的方式，來澄清數學概念或公式的意義，而這樣的上課方式和以往傳統教學中，僅由教師講授課程內容的方式大不相同，相對的，學生對課程的反應也有所差異。然而；我們想了解學生喜歡的上課方式，和不同的上課方式對學生的影響，進而了解什麼樣的課程能給學生最大的幫助，因此研究者將兩群學生從國小到高一最喜歡的數學課類型合併列出，並形成表 12。

表 12 從國小到高一的學習經驗中，最喜歡的數學課類型

項目 \ 學生	北小學生				他校學生
	高	中	低	小計	
老師直接講解類題解法，習題回家做	6.7	13.5	8.3	11.4	14.3
老師只講解代表類，隨堂做類似題	40.0	18.9	8.3	25.3	30.4
老師會提問或意見，讓學生簡答	10.0	8.1	25.0	12.6	10.7
透過較多發表和討論的活動，澄清概念或意義	43.3	56.8	58.3	49.4	39.3
未選	0	2.7	0	1.3	5.4
總人數(人)	30	37	12	79	56

在表 12 中我們可以發現，北小畢業生有百分之四十九點四，而他校畢業生也有百分之三十九點三喜歡在上課時，透過師生或同學間較多發表和討論的活動，來澄清數學概念或公式的意義，這顯示了北小畢業生和他校畢業生大都希望在學習過程中，澄清自己的數學概念，了解公式的意義。

本研究想了解不同成就的北小畢業生喜歡的數學課類型，因此，研究者從數學成就表現分別為高、中及低之學生的理由中來探討其原因，從高成就學生的理由：「**用討論的方式比較能真正的了解**，而不是老師講一個就背一個，而死記的會很容易就忘 (S_{10h})；**因為透過這種方式比較能靠自己在了解數學，不容易忘記公式，而且以後解題會有比較多元的想法**，但在高中數學內容太多了，大概會來不及吧 (S_{39h})」中，研究者發現高成就學生的理由普遍為，透過討論的方式較容易真正理解數學，而不只是在背公式，…等。從中成就學生的理由：「**可以懂較多的方式來解題，而且公式不用死背就可活用**(S_{09m})；能從學生的觀點看數學，較能找出相同的缺點與毛病，**且理解性的公式比較好背**，老師亦不會過於主觀 (S_{72m})」中，研究者發現中成就學生的理由普遍為，理解了公式較好背，…等。從低成就學生的理由：「**這樣才能真正淬取數學的精義，也避免了死背的弊端** (S_{16l})；因為**可以得到許多公式以外的發現與應用，同時也能增進學習興趣**(S_{20l})」中，研究者發現低成就學生的理由普遍為，真正了解公式的意義，避免死背，增進學習興趣，…等。因此我們可以發現大多數喜歡在上課時，透過師生或同學間較多發表和討論的活動，來澄清數學概念或公式的意義的北小畢業生是因為不喜歡死背公式，希望在對公式有所理解以後，再進行熟練及加強的動作，讓公式能夠更為有效的運用。

在探討完北小畢業生喜歡的數學課類型及原因後，研究者對於有百分之三十九點三的他校畢業生喜歡在上課時，透過師生或同學間較多發表和討論的活動，來澄清數學概念或公式的意義這個部分有一些疑慮的地方，因為他校畢業生從國小階段至高中階段所接受的教學方式多偏向於講述式教學，在這個選項裡卻有這麼多的學生喜歡透過討論和發表的互動方式來澄清數學概念，這是值得我們深思的，為什麼他校畢業生會有這樣的選擇？在他校畢業生的理由：「**師生間有互動**，才能加深印象，對背公式才能自己推演，也較能接受新的觀念 (S_{a29})；數學重點在概念，而不是反覆計算無謂的式子，使多數人的觀念本末倒置 (S_{a38})；這樣才能徹底的懂，不會只是算題目，而不會靈活的來應用數學 (S_{a01})；對公式能更加深刻，並真正了解公式來源 (S_{a51})」中，我們可以發現，他校畢業生認為透過和教師的互動後，對公式能有真正的了解，就能靈活的運用公式，而不淪於死背公

式。

在表 7 裡，我們發現，他校畢業生數學課上課的情形，多為由教師主導，教師講解，師生間的互動式比較少的；然而，在表 12 中，他校畢業生喜歡的上課類型卻是透過討論和發表的互動方式來澄清數學概念，那麼，在他校畢業生的認知中，什麼樣的情形是討論？什麼樣的情形是師生互動？ S_{a14} 印象中的數學課上課方式是老師引導、同學發表，師生、同學間的討論較多，但最喜歡的上課類型卻是老師在講解過程中，會提問或是徵詢學生的意見，只讓學生簡答（例如：老師問：「懂不懂？」、「會不會？」、「是 $\sin \theta$ 或 $\cos \theta$ ？」），而其理由是：老師教完一題就問會不會的話，這樣可以知道我們到底會不會，而且不會的話，可以馬上提出哪裡不懂（ S_{a14} ）。我們可以發現，部分的他校畢業生認為老師問「懂不懂？」、「會不會？」也是一種互動的方式，也給學生發表的機會，讓學生的數學概念獲得澄清。換言之，如果教師能夠更進一步，不僅是問「懂不懂？」、「會不會？」，而是適時提出關鍵問話，那麼，學生的數學概念或許可以獲得更多的澄清，更能順著教師為學生所搭建的鷹架向上攀升的更高的程度。

然而；也有百分之三十點四的他校畢業生和百分之二十五點三的北小畢業生喜歡老師只講解具有代表性的類型，並且隨堂做類似題這樣的上課方式，研究者從北小畢業生的理由：「剛接觸新的公式，新的題型，做題目會比較熟練，所以老師先講解，回家再練習做題目，**效果會比較好**。（ S_{18m} ）；對我來說，此種方式能使我較容易解其他的題目（ S_{48m} ）；可以練習，**增加運算能力**（ S_{67m} ）；和學生討論比較浪費時間，直接講解比較好（ S_{79m} ）」中，發現這一類的學生，希望藉由上課強化自己的解題能力。從他校畢業生的理由：「因為我覺得作隨堂練習，是最快速學會解題的方式（ S_{a33} ）；老師講太多很煩，自己練習不會的再問老師（ S_{a49} ）；灌輸學生清楚的概念，其餘的練習利用課餘時間再練習（ S_{a27} ）」，我們可以發現，他校畢業生希望藉由教師講解題目，強化自己的解題能力。

但是；在低成就的學生中，有兩個地方是值得特別注意的，有百分之五十八點三的低成就學生喜歡透過師生或同學間較多發表和討論的活動，來澄清數學概念或公式的意義的上課方式，而這些學生的理由是：這樣才能真正淬取數學的精義，也**避免了死背的弊端**（ S_{16l} ）；因為**可以得到許多公式以外的發現與應用，同時也能增進學習興趣**（ S_{20l} ）；因為這些**比較會了解，為什麼要這樣做，不用死背**（ S_{54l} ）。有百分之二十五的低成就學生喜歡老師在講解過程中，會提問或是徵詢學生的意見，只讓學生簡答（例如：老師問：「懂不懂？」、「會不會？」、「是 $\sin \theta$ 或 $\cos \theta$ ？」），而學生的理由是：我認為這樣**才知道我們到底會不會**（ S_{31l} ）；可

以有問題就問了 (S_{53l})。因此，我們可以發現，教師如果在上課的過程中，多和低成就的學生互動，可以增進學生對數學的理解，增進數學學習興趣，在適當的時機，為學生搭建鷹架，進而幫助學生攀升到該有的程度。

表 13 從國小到高一的學習經驗中，最有幫助的數學課類型

項目	北小學生				他校學生
	高	中	低	小計	
老師直接講解類題解法，習題回家做	6.7	10.8	8.3	8.9	16.1
老師只講解代表類，隨堂做類似題	40.0	29.7	16.7	31.6	35.7
老師會提問或意見，讓學生簡答	6.7	10.8	41.6	15.7	5.4
透過較多發表和討論的活動，澄清概念或意義	46.6	48.6	33.3	44.3	39.3
未選	0	0	0	0	3.6
總人數(人)	30	37	12	76	56

除了解學生最喜歡的上課類型外，我們也想探討學生覺得最有幫助的上課類型，因此研究者將兩群學生覺得最有幫助的上課類型合併列出，形成表13。在表13中我們可以發現，有百分之三十一點六的北小畢業生和百分之三十五點七的他校畢業生覺得老師只講解具有代表性的類型，並且隨堂做類似題這樣的上課方式對學生本身是最有幫助的；而有百分之四十四點三的北小學生和百分之三十九點三的他校學生覺得透過師生或同學間較多發表和討論的活動，來澄清數學概念或公式的意義這樣的上課方式對學生本身最有幫助。

而從表12和表13我們可以發現，學生最喜歡的上課方式和覺得對自己最有幫助的上課方式，大多選擇老師只講解具有代表性的類型，並且隨堂做類似題和透過師生或同學間較多發表和討論的活動，來澄清數學概念或公式的意義，而選擇後者的學生又佔了多數。喜歡老師只講解具有代表性的類型，並且隨堂做類似題這樣的上課方式，並且覺得對自己有幫助的學生其理由是：**教學速度快（因為無需討論），在大範圍的學習有效，但有點類似補習班的填鴨式教學** (S_{56h})；**代表性的題型最常考**，而且做過會有印象 (S_{57h})；**應付現在升學，考試主義**，覺得此方法較有記憶及演算成效 (S_{72m})；**現學現做，印象較深** (S_{51l})。研究者發現，這一類的學生的學習是為了解因為現在的升學主義，在學習過程中以提升自己的分數為目標，對於學習的過程可能有所忽略。而較大多數的北小畢業生喜歡透過師生或同學間較多發表和討論的活動，來澄清數學概念或公式的意義這樣的上課方式，並覺得這樣的上課方式對自己有幫助，因此研究者想實際討論數學成就表現

分別為高、中及低之學生的理由。高成就學生的理由：**老師直接講，直接吸收，中間沒有思考的空間，思考的範圍會被侷限在老師所講的，無法朝自己的方向思考，且老師直接講，變得完全沒有互動，感覺很不好**，且讓人超想睡，這樣子的數學課真的會催眠（S_{10h}）；**基礎概念印象加深，就不怕難題**（S_{13h}）。高成就學生認為，經由互動討論過後的題目或觀念，可以讓印象加深，真的理解。中成就學生的理由：自己比較喜歡這樣的方式，會比較**有吸收的慾望，也比較能活用**（S_{01m}）；**觀念懂了比較重要，因為覺得題目變化很多，沒辦法說一直算類題，數學就會變好**（S_{42m}）。中成就的學生認為觀念懂了，就可以活用，不用死背。低成就學生的理由是：**這樣還是比較容易真正搞懂數學，雖花較多時間，但真正弄懂較重要**（S_{16l}）；因為**可以得到許多公式以外的發現與應用，同時也能增進學習興趣**（S_{20l}）。低成就的學生認為這樣的教法可以真正弄懂，也更能運用公式解題。這顯示了學生雖然注重學習的結果，但是仍希望在學習的過程中能夠加強自己的理解及澄清自己的數學概念。

在表12和表13中，比較特別的地方是，有大多數低成就的學生喜歡透過師生或同學間較多發表和討論的活動，來澄清數學概念或公式的意義，和老師在講解過程中，會提問或是徵詢學生的意見，只讓學生簡答（例如：老師問：「懂不懂？」、「會不會？」、「是 $\sin\theta$ 或 $\cos\theta$ ？」），這顯示了低成就的學生也有強烈的學習動力，如果老師能適時給予幫助，可以讓低成就的學生增加學習的興趣，學習更進一步的學習概念。然而，在第一個部分我們卻發現，數學表現成就較低的學生在國中階段跟高中階段不喜歡上數學課的學生佔大多數，而不喜歡的原因是：「老師的教法很枯燥，考的東西很難（S_{36l}）」；「跟國小的學習方式不同，只是背公式（S_{12l}）」；「因為很無聊，一大堆都用背的（S_{49l}）」；從這些原因裡，我們發現低成就的學生因為不理解數學公式的意義，以及教師的教學教注重背公式，讓學生對數學喪失興趣，進而不喜歡上數學課，自然也就學不好數學了。

在表12和表13中，還有一個地方是要特別提出討論的。在表12和表13中，都有百分之三十九點三的他校畢業生喜歡透過師生或同學間較多發表和討論的活動，來澄清數學概念或公式的意義這樣的上課方式，並覺得這樣的上課方式對自己有幫助。有百分之三十點四的他校畢業生喜歡老師只講解具有代表性的類型，並且隨堂做類似題這樣的上課方式，有百分之三十五點七的他校畢業生覺得老師只講解具有代表性的類型，並且隨堂做類似題這樣的上課方式是最有幫助的。但是，研究者單獨觀察部分他校畢業生的填答情形，發現，有八位他校畢業生喜歡透過師生或同學間較多發表和討論的活動，來澄清數學概念或公式的意義這樣的

上課方式，但卻覺得老師只講解具有代表性的類型，並且隨堂做類似題這樣的上課方式是最有幫助的。而從他校畢業生的理由：覺得**互動式的上課方式比較活**，但**希望老師只講解具有代表性的類型**，並且隨堂做類似題，**這樣可以多做一點題目比較好**（S_{a48}）；覺得**互動式的上課方式較深刻較有印象**，易於了解和熟記，但**老師只講解具有代表性的類型**，並且隨堂做類似題，**這樣可以學習到各種的解題方式**（S_{a36}）。我們發現，他校畢業生喜歡互動及討論的上課方式，認為這樣的上課方式比較深刻，可以較為清楚的了解數學概念，但卻覺得老師只講解具有代表性的類型，並且隨堂做類似題這樣的上課方式是比較有實質的幫助，可以強化解題能力。然而；在教育下一代中，我們希望的是孩子拿高分或是孩子喜歡學習數學？這是一個值得深思的問題。

肆、結論與建議

本研究針對五個部分來討論，分別是：討論上數學課的感覺與喜惡的原因、數學表現的比較、上課方式和學習狀況間的關係、直式算則對學生的影響、上課方式對學生的影響。而從這五個部分的結論進而探討，接受建構導向教學的學生在國小階段至高一階段的學習狀況；藉以探討建構導向教學下的兩個重點：1.討論式教學對學生學習的影響。2.直式算則的延後引入對學生學習的影響。

一、結論

（一）上數學課的感覺

在第一個部分討論上數學課的感覺與其原因中，學生對上數學課的喜愛程度由國小階段、國中階段至高一階段，逐漸下降，其主要原因有三：對講述式教學的不適應；教材難度增加的不理解；以分數為導向的升學壓力。整體而言，北小畢業生在國小階段裡，接受建構導向的教學，教師的教學方式較注重學生的學習過程，給予學生自由發表與討論的空間，學生在數學教室裡享有較多的主導權，但忽略了要求學生在理解後自動化。在國中及高一階段的，教師多半採講述式的教學，由教師主導教室裡所有學習的過程，教師單方面教授學生知識，而北小畢業生扮演的是被動接受的角色，沒有發表和討論的機會，再加上台灣地區以分數為導向的升學壓力下，教師必須給於學生較多的課程內容，以應付考試，在過多的課程和考試的壓力下，學生在適應上產生了一定的困難度，會覺得沒有討論的

學習方式是無聊的、呆板的，對上數學課的興趣自然也就降低了。

在第五個部分上課方式對學生的影響裡，我們發現北小畢業生和他校畢業生喜歡的和覺得有幫助的上課類型多偏向於透過師生或同學間較多發表和討論的活動，來澄清數學概念或公式的意義，這顯示大多數的學生還是喜歡經由理解和澄清數學概念來學習，而不僅是被動的接受。這也反映了學生在不同的教學下，覺得最有幫助的仍是建構導向的教學，注重學生的學習歷程，讓學生有思考和發表的空間，適時給予學生幫助，讓學生自然的理解數學概念。

（二）直式算則的影響

在第四個部分討論直式算則對學生的影響中，我們發現北小畢業生在延後直式算則的情況下，在國一階段，計算能力受到了一定的影響，但，在國中階段及高中階段，學生可以經由加強練習跟上其他的同學，不因計算能力而影響到數學知識的學習。

在第二個部分對數學表現的比較中，我們發現部分北小畢業生覺得自己在高一階段數學表現是很差的，而這是因為，對於講述式教學的不適應，在數學教室數學概念不能獲得有效的澄清，因此學生對自己的數學表現失去信心。但是，在表 2 中，我們卻發現北小畢業生和他校畢業生在國中基本測驗數學科的表現是相當的，並沒有因為直式算則的延後引入造成北小畢業生的解題能力變差，進而影響到數學表現，更不如外界所言的「數學能力大幅滑落」。因此，我們得到的結論是，葡萄式的算法只是一個過渡法，不應該讓學生停留過久，教師應適時介入，幫助學生攀升到專家法；而直式算則的延後引入對學生有影響，但是為短時間的影響，學生經由練習後，不因此而影響解題能力及學習的效率。

（三）討論式教學的影響

在第三個部分上課方式和學習狀況間的關係裡，我們可以發現北小畢業生在國中階段時，由討論較多的上課方式轉變為被動接受知識的上課方式，感到較不適應，因此有部分的學生無法釐清自己的數學概念，而需要藉由參加補習班或是請家教的方式來加強自己的數學能力。

在第五個部分上課方式對學生的影響裡，我們可以發現北小畢業生和他校畢業生喜歡上課的方式主要為兩種類型：「透過師生或同學間較多發表和討論的活動，來澄清數學概念或公式的意義」和「老師只講解代表題，講堂做類似題」。即使在一高一階段均接受一樣的數學課程，他校畢業生對於「討論」及「互動」的認知上和北小畢業生有很大的差異，但大多數的北小畢業生及他校畢業生仍希望透過師生間的互動，繼而澄清理解數學概念。除此外，仍有不少北小畢業生及他

校畢業生爲了強化解題能力，在考試中可以拿高分而喜歡老師只講解具有代表性的類型，並且隨堂做類似題的上課方式。

整體而言，建構導向教學下的北小畢業生在國中階段和高中階段因爲教師的教學方式和上課方式有大幅度的轉變，因此產生不適應的狀況，但，北小畢業生和他校畢業生在數學成就的表現上是相當的，而比較特別的是，北小畢業生喜歡透過討論、和教師互動的歷程，理解數學概念，學會數學；即使需要背公式，北小畢業生也希望是在經由理解的過程中，釐清公式的來源，進而將公式做更有效的應用。Boaler（1998）的研究提到，傳統的教科書教學方法強調計算、規則和步驟，犧牲了深度的了解，這樣的方式對學生而言是無益的。Kubinov'a, Mareš and Novotn'a（2000）也經由實驗得到結論，如果數學教學只用一套原則和教學方法，會使學生對科目本身的概念性結構缺乏理解，並且無法利用數學解決在生活中實際的問題。因此，北小畢業生採建構導向的教學模式，在數學學習上較注重學生的學習過程並給予學生較多的思考空間，這樣的模式和目前國內外數學教學的趨勢是相符合的。

二、建議

從本文的結論來看，研究者提出以下幾點建議，供未來教改努力及參考之用：

（一）課程的銜接

在國小階段，教材內容因應國民教育的目的，傾向讓大部分的學生都能學習，因此，教材的內容較爲淺顯。而，在國中階段和高中階段，教材的內容加廣，深度加深，尤其是在高中階段，和國中階段有明顯的落差，因此學生較不能適應。然而；在往後的教改中，是否能將國中及高中的課程略爲簡化，或是教材的連貫性能加強，國中及高中教師能注意學生能力較不足的地方，適時予以加強補足，使學生的學習過程不至於有太大的斷層，也能落實國民教育的目標。

（二）教學的轉變

在國中階段及高中階段的教師長久以來，都是偏向講述式的教學方式，如果能在講述之間，適時對學生提出關鍵性的問話，讓學生有思考及發表的機會，從學生的發言中注意學生的感覺及觀察學生是否「真的」懂了，如果學生已經理解此部分的數學概念，教師可給予更進一步的練習或是應用；如果學生未能確實理解此部分的數學概念，教師也可以進而糾正或釐清學生的概念。

（三）計算的熟練

建構導向的教學較重視學生的學習歷程，若是在數學課時數較不足夠的時

候，可能會忽略了學生計算的精熟度，如果教師能在建立學生完整的數學概念之後，給予適度的練習，或許可以加強學生解題的能力及計算的精熟度。

（四）孩子的心境

從研究中，我們可以發現，建構導向教學下的學生在數學表現上並不亞於其他的學生，但是，在社會輿論的撻伐下，學生對自己的信心是否會因此受到影響？部分的他校畢業生喜歡互動及討論的上課方式，卻覺得老師多講題型對自己才有幫助，學生對數學課的選擇以分數作為前提。那麼，我們的教育要的是一群會考試、拿高分的學生嗎？我們關心的僅僅是學生的分數嗎？教育的出發點到底是什麼？這個部分應該是令人值得省思與考慮的。

誌 謝

本研究感謝朱建正教授、房昔梅老師、陳慧美及熊珮棋參與問卷的設計，六位北小導師許家珍、徐秀珍、王興家、林雪梅、穆瑜平及房昔梅老師協助問卷的彙整，以及朱建正教授扮演批判性諍友，使本研究圓滿完成，特此感謝。

參考文獻

- 教育部（民 92）。**樂在數學**。台北市。教育部。
- 教育部九年一貫數學學習領域綱要修訂小組（民 92）。**九年一貫數學學習領域綱要修訂草案（再修正版）**。台北市。教育部。
- 單文經（民 86）。鷹架支持的譬喻在大班教學上應用。**視聽教育雙月刊**，39，1-22。
- 陳淑敏（民 84）。Vygotsky「最近發展區」概念內涵的探討。**屏東師院學報**，8，505-521。
- 劉秋木（民 85）。**國小數學科教學研究**。台北市。五南圖書出版有限公司。
- 甯自強（民 76）。「根本建構主義」—認知研究的另一種架構。**師友月刊**，1，30-32。
- 翁秉仁（民 92 年 1 月 30 日）。談建構數學【討論訊息】。數學教育公共論壇：
<http://www.math.ntu.edu.tw/phpbb-2>
- 鍾靜、翁嘉聲（民 89）。不同數學教學取向下學生數學學習態度之研究。論文發表於「八十九學年度師範學院教育學術論文發表會」，國立新竹師範學院。
- 鍾靜、蔣治邦、林素微、朱建正（民 90）。八十二年版數學課程實驗教材下學童成就的評估。**國教學報**，13，47-68。
- Boaler, J., (1998), Open and Closed Mathematics: Student Experiences and Understandings.

Journal for Research in Mathematics Education, 1(1), 41-62.

Kubinov'a, M., Nareš, J., & Novotn'a, J., (2000). Changing teaching methods in school mathematics: an analysis of some episodes from classes. *Proceedings of the 24th conference of the International Group for the Psychology of mathematics Education*, 3, 183-190.

Niss, M. (1996). Goals of mathematics teaching. In J. Kilpatrick (Eds.), *International handbook of mathematical education*, 1 (pp.11-47). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Riedesel, C. A. (1990). *Teaching elementary school mathematics*. Boston: Allyn & Bacon.

The Relation between Constructivist Teaching and the School Mathematics Learning

Jing Chung & Chia-ling Li*

ABSTRACT

We investigated the high school students who had been taught a constructivist curriculum in elementary school on their mathematics learning since elementary school. Our emphases are: 1.the influence of discussion on students' learning. 2.the effect of teaching by the postponement of standard arithmetic algorithm of multiplication and division.

These two points drew great public attention. We prepared a questionnaire on mathematics teaching and learning and asked 1997 graduates of National Taipei Teachers College Laboratory School (NTTCLS) to reply and encouraged them to invite their current classmates to reply as contrast group. We got the following conclusion :

1. The degree of liking dropped monotonically from elementary to high schools in both groups. For NTTCLS students, the dropping rate became obvious from grade 7 to grade 10. We found three major reasons : the uneasiness toward teaching by lecture, the materials being too hard and too many to comprehend, the pressure of preparing the entrance examination on mathematics.

2.The postponement of the standard curriculum did hamper the ability of calculation. However, the students of NTTCLS caught up later and their grades in the National Junior High School Graduation Achievement Test were compatible.

3.Both groups liked more discussion between their teacher and students to clarify mathematics concepts and formula in the classroom. However, there was cognitive difference on the degree and mode of the discussion between the two groups. From the

* Jing Chung: Professor, Department of Mathematics and information Education, National Taipei Teachers College

Chia-ling Li: Graduate Student, Graduate School of Mathematics and Science Education, National Taipei Teachers College

viewpoint of the interaction value. The cognitions on the discussion of the NTTCLS students were more favorable.

Key words: constructivism, mathematics teaching and learning